

Stimmung und Intonation bei Blechblasinstrumenten

Mensuränderungen und deren Auswirkung bei Trompeten.

Teil 2E: Mode matching, Ideen & Patente, das Bell Skirt – die Stürze

Projektstand per 24.11.2024, Revision 20.0

Die jeweils aktuelle Version dieses Dokuments finden Sie auf der Projektseite:

<http://www.preisl.at/brassissima/>

Begleitende Dokumentation zum Projekt / Thema.
Development, Work, Calculation and Copyright:



(="Brass Instrument Scanning System – Impedance Measurements & Analysis")



Hermann Preisl

Altwaidhofen 45
3830 Waidhofen/Thaya, Austria

brassissima@preisl.at

P.S.: Wer systematische Fehler, Schwachsinn oder falsche Behauptungen findet:

Bitte diese **nicht !!** behalten,
sondern bitte um kurze Info an mich, das hilft mir sehr weiter, danke!

Teil 2E: Das ist die unmittelbare Fortsetzung von Teil 2D

Zylinder + Hornsegmente in Kombination miteinander, die „Mode-Matching“ Problematik:

Verlängern oder Verkürzen von Rohren	3
Querschnittsprünge „Borejumps“, Impedanzmismatch und ihre akustischen Auswirkungen	4
Einzelsegmente für sich, lokale Perturbation vs Borejump, lokale und globale Auswirkungen	6
Kreiswellenzahl k , $Pi()$, Tangens, Cosinustangens, Bedeutung und Zusammenhänge	7
Längenanteile von Zylindern mit selbem Radius = 1:1 Mode matching	8
Kombinationen Zylinder + Frustum oder Zylinder + Hörner:	9
Var A: Kombination einseitig geschlossener Zylinder + konisches Frustum	
Var B: Kombination einseitig geschlossener Zylinder + Salmon-Hörner	10
Mode-Matching: ART-Simulation, Längenanteile 50/50, V_0 , closed Zyl.+Hörner $B=0,2$	12
Die Auswirkungen durch das „nicht“ Mode-Matching, Längenanteile 50/50, enge Mensuren	13
Mode-Matching: ART-Simulation, Längenanteile 30/70, V_0 , hohes, sehr weites Blech	13
Schallbecherdimensionen Flügelhörner vs. Trompeten, Mode-Matching und Impdanz V_0	16
Mode-matching in Verbindung mit Ventilkombinationen, Hornanteile	16
Mode-matching Schallbecher, Ventilkombinationen, enge Mensur / Bb-Trompete, 50-35%	17
Mode-matching Schallbecher, Ventilkombinationen, weite Mensur / Bb-Flügelhorn, 70-50%	18
Prototyp Bb / C shortening Path V_0-16 , ascending valve loop ©Brassissima, Trumpet 56%	19
Wir sind lange noch nicht fertig - Ausblick:	19
Ideen und Patente:	
Cardwell , 1-Segment Katenoid Schallbecher Design, 1970	20
Versuche mit Plane Wave Simulation, hoch F Trompete	23
Das Bell Skirt – Die Stürze	25
Grundlegende Ergebnisse Bell-Skirts	27
Optimierungsversuche der Schallbecher Schürze	28
Katenoid - Parameter-Skirt	29
Weitere Versuche, Skirtlänge und Parameteränderung in Richtung Exponentialform	30
Idee: Das Beste aus 2 Welten kombinieren: Die überdrüber „Super-Skirts“	32
Super-Skirts – Ergebnisse der Simulationsversuche	34
Bell-Skirts, Zusammenfassung und weiterführende Gedanken zu truncated Skirts	37
Auswirkungen von Änderungen der Bell-Stem-Kontur gegenüber der Katenoidform:	38
Cardwell - Single Mode Tuning (Perturbationen)	39
Cardwell - Multiple Helmholtz Resonator Mouthpiece Idea, 1968	40
Versuche, das Cardwell “Double-Resonator-Device” virtuell abzubilden	43
Kent (C.G Conn) - Brass Instruments of the Cup Mouthpiece Type, 1961	44
Bell Design anhand von 3 oder mehr Salmon Horn Segmenten	45
Mouthpiece / Mundstücke	46
Mouthpiece Gap	47
Konische Mundrohre	47
Korrekturen der zyl. Länge anhand verändertem Konusanteil	48

Die Mode-Matching (Problematik); Zylinder + sonstige Segmente in Kombination:

matching: = ein Zusammentreffen, wo es eine große - oder sehr gute Übereinstimmung gibt
miss-match: = ein Zusammentreffen, wo es sehr wenig – oder gar keine Übereinstimmung mehr gibt

Erinnerung: Ein einseitig geschlossener Zylinder kann ohne Reflektionsprobleme an einem „Schnittpunkt“ gekürzt werden = passende Wellenlängen werden kürzer und damit die Resonanzfrequenzen höher. Genauso kann der Zylinder ohne Probleme an seinem offenen Ende „Treffpunkt“ mit einem weiteren, beidseitig offenen Zylinder mit selber Querschnittfläche verlängert werden. Siehe Teil 2-B, Seite 6.

Solange die Länge im Verhältnis zum Querschnitt sehr groß ist, haben bei einseitig geschlossenen Zylindern alle Resonanz Modes (2n-1) am geschlossenen Ende Druckbäuche und am offenen Ende Druckknoten.

Die „Verlängerung“ ist beidseitig offen, und hat an beiden Enden abschließende Druckknoten aller Modes.

Alle Druckknoten von Rohrsegment A treffen also am „Treffpunkt“ auf alle Druckknoten von Segment B, und zwar exakt. Zudem haben Zylinder an ihren Druckknoten Positionen die entsprechenden Flußbäuche. Es gibt daher keinerlei Probleme und kein Impedanz-Mismatch, somit auch kein Frequenz-Mismatch.

Da weiterhin jeweils $\frac{1}{4}$ Wellenlänge und ungeradzahlig Vielfache davon (immer $+2/4$ WL mehr) in das finale Rohr passen, ändern sich die resultierenden Resonanzfrequenzen anhand der finalen (Wellen-)Länge. Bei geradzahlig Vielfachen einer $\frac{1}{4}$ WL sind bei einseitig geschlossenen Zylindern die Antiresonanzfrequenzen.

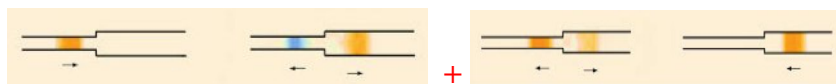
Das längere Rohr hat aber erhöhte thermoviskose Verluste, die Endkorrektur anhand Endradius bleibt gleich und ist anteilmäßig geringer. In sehr langen und engen Rohren könnten sich bei höherer Druckschwankung viel rascher nichtlineare „Schockwellen“ bilden, usw. Es ändert sich also auch ohne Mismatch doch einiges;

Solange die Hornfunktion „U“ ~ gleichbleibt und zusätzlich am „Treffpunkt“ keine Durchmesser Sprünge entstehen, gilt das zuvor genannte auch für alle Mitglieder aus der Familie der Salmonhörner, wobei sich hier Frequenzverhältnisse der Modes zueinander aber ebenfalls verschieben, zusätzl. zu geänderten Mode Frequenzen, des weiteren könnte am kleinen Ende verlängert werden, oder am großen Ende, oder beides...

Hornfunktion $U =$ Krümmung der Steigung $F''(x)$ / Hornkontur $F(x)$ *bei Zyl. + Konus = 0.*

Hörner (wobei Salmonhörner: U fix + Cut-off Frequ. konstant) sowie Schallbecher z.b. ähnlich Bessel-Horn: Deren Reflektionen sind quasi mit eingebaut, U gibt die Cutoff Frequenz und Position wo diese anhand der äquivalenten Closed Cylinder Länge berechenbar „effektiv“ stattfindet.

Querschnittsprünge, aber auch eine plötzliche Krümmungsänderung der Steigung und somit geänderte lokale Hornfunktion „U“ lösen „early reflections“, also **vorzeitige Teilreflektionen** aus. Diese könnten je nach Position, Mode und Frequenz mit einem guten „timing“ am Mundstück frühzeitig und „in time“ ankommen und so auch positive Effekte hervorrufen, oder aber mit einem schlechten „timing“ negativ Einfluß nehmen. (Ansprache, Impedanz Magnituden, Pitch).

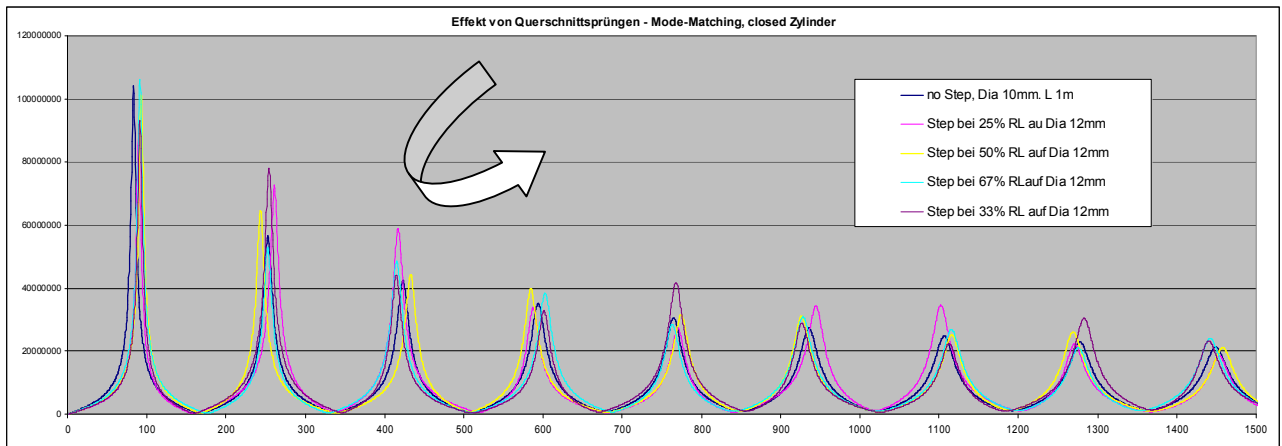


Situation für vorlaufende Impulse --> Situation für rücklaufende Impulse <---
vorzeitige Teil-Reflektion 180° <--- + **weniger <-Reflektion, weil Teilreflektion 180°** -->
gilt für Stufen od. Winkel, und geänderte Krümmung der Steigung

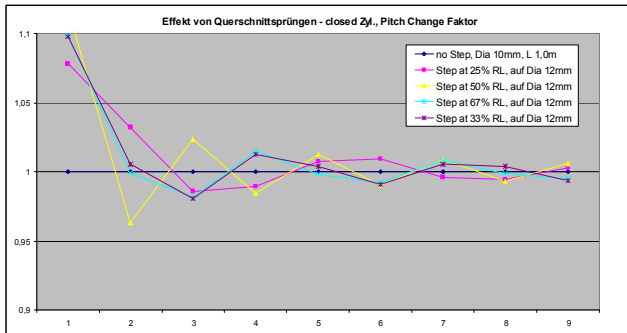
Tatsächlich kommt es **lokal** zu geänderten Querschnittsflächen und lokaler charakteristischer Impedanz. Das Druckänderungspotential zu Partikelflußpotential ist **plötzlich lokal abgeändert**. Dieses Verhalten ist bei Hörnern stetig und steigend evident und die letzte „Teilreflektion“ erfolgt an der Stelle wo die Frequenz ihr cut-off erreicht hat. Daraus resultieren letztendlich auch die Abweichungen gegenüber Zylindern in höherer und dispersiver Phasengeschwindigkeit, mit globalen Änderungen in Resonanz, Ansprache und Klang.

Man kann also nicht erwarten, daß etwas so reibungslos abläuft, wenn sich Grundbedingungen **ab** einer „matching“ Position, dem „Treffpunkt“ ändern. Ein Katenoidhorn hat zu Beginn Steigung Null, es kann also nahtlos an ein zyl. Rohr anschließen. Es hat aber eine Hornfunktion >0 ; daher wird es auch hier ein (etwas kleineres „Mismatch“ geben. Ein Konus hat $U=0$; aber hier kommt es zu den größten Abweichungen!

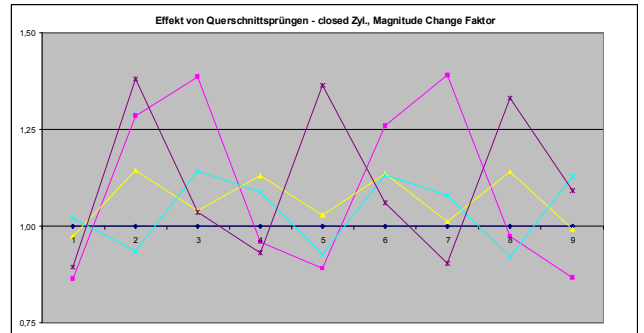
Querschnitt-Sprünge: Mode-Mismatch bei closed-open Zylindern:



Rohr, Länge 1m, Durchmesser geschlossenes Ende 10mm, globale Auswirkungen eines „Bore-Jumps“ auf 12mm Durchmesser, an verschiedenen Positionen im Rohr. Es werden hier keine Verengungen betrachtet. Peak-Änderungszeiger: Drehrichtung wie bei Perturbationen gegen Uhrzeigersinn -> Richtung offenes Ende. Für eine 1/2 Umrundung / Drehung benötigt jeder Peak 1/4 Wellenlänge seiner Frequenz ohne Perturbation..



Globale Auswirkung auf die Resonanzmoden

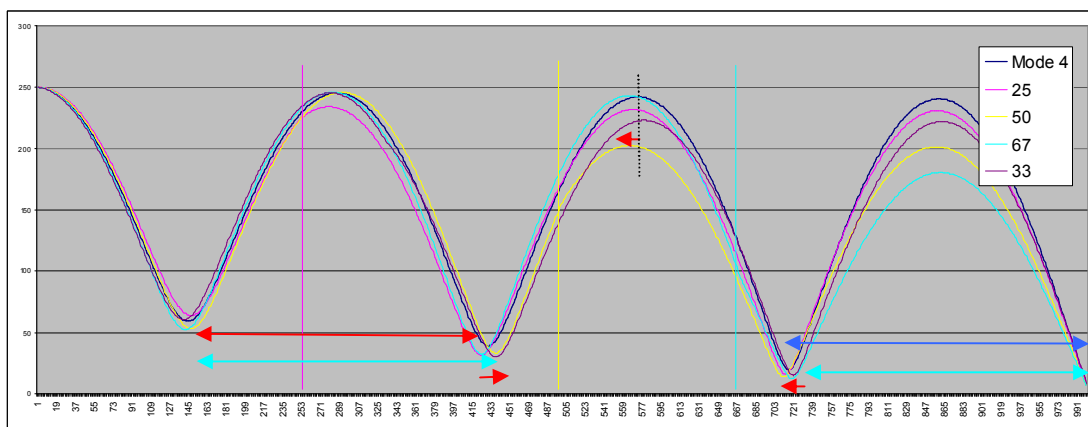


Auswirkung auf die Resonanz Inputmagnituden

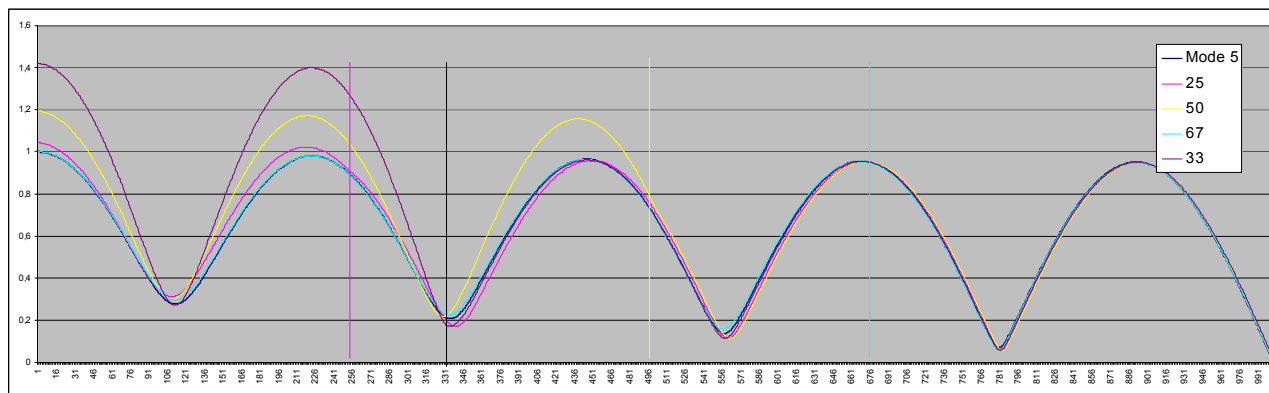
An Druckbäuchen und Druckknoten platzierte Borejumps haben kein Pitch-Potential = sind nun Pitch-Nodes, dafür maximales Magnitudenpotential. Das unterscheidet Borejumps wesentlich von lokalen Perturbationen:

Ein lokales Enlargement an Druckbäuchen ergäbe max. Pitch Potential down, ein lokales Enlargement an Druckknoten ergäbe max. Pitch Potential up, ein max. Magnitudenpot. ist jeweils ~1/8 WL davon entfernt.

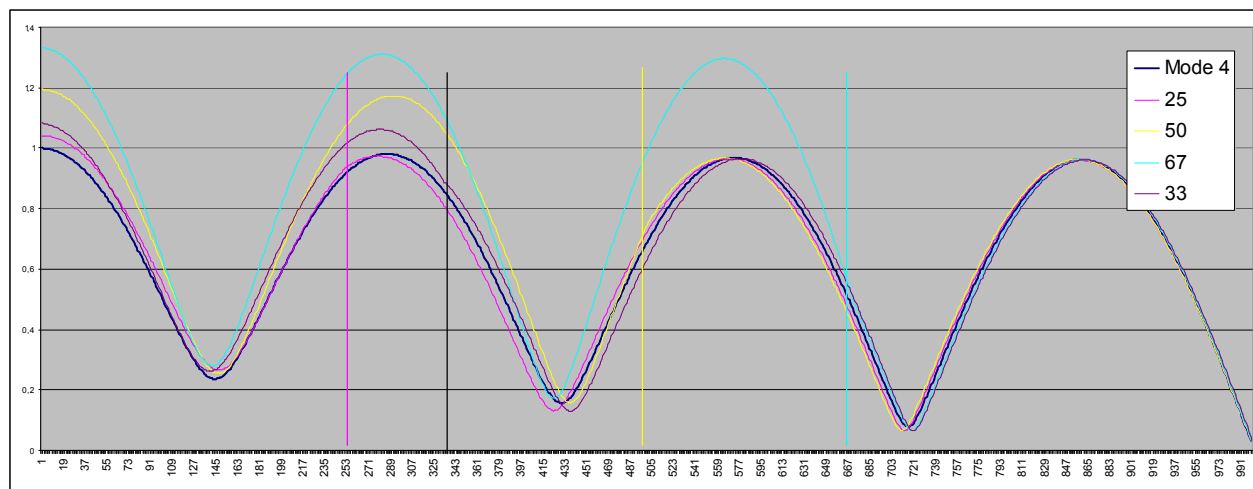
Bei jeweils 50% Rohranteil verhalten sich Input Impedanz Magnituden mit Borejumps z. B. entgegengesetzt der Kombination closed Zylinder + Konus, die Magnituden haben hier aber quasi kein Reduktions-Potential. Borejumps an Druckknotenpositionen eines sonst gleichen Rohres aber ohne Borejump haben starkes+max. Magnitudenpotential aufwärts, an Druckbäuchen max. Magnitudenpotential abwärts, aber nur sehr gering!



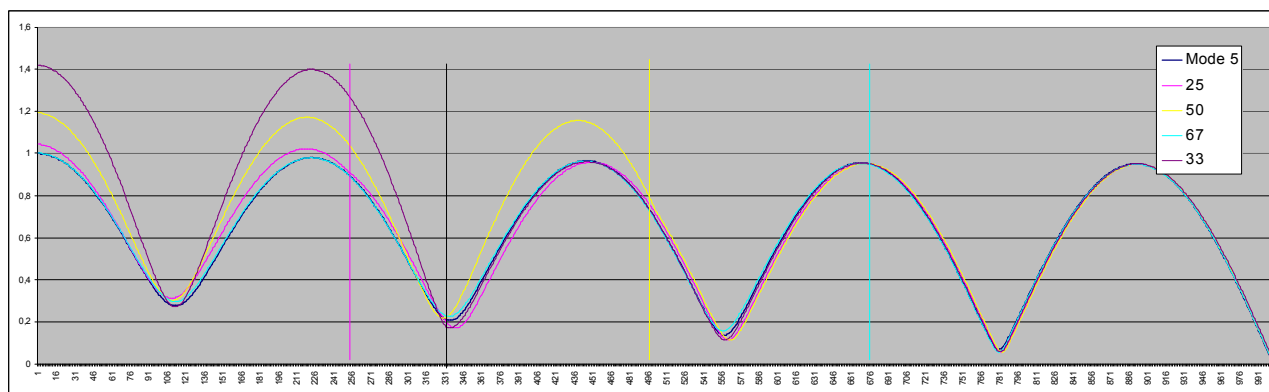
Mode #4 Druckverteilung nicht normalisiert, Borejump bei 50%: Knick+ lokale Stauchung = global länger/tiefere Freq. Borejump bei 66% = lokale Spreizung der Druckknoten = global kürzere Knotenabstände = höhere Frequenz.



Mode #5 Druckverteilung, normalisiert auf die Magnitude des resultierenden letzten Druckbauches = 1,0;
 Borejump bei 25,50%: von Press. Max. zu Pressure Node: lokale Streckung = globale Verkürzung; höhere Freq.
 Borejump bei 33%: an Druckknoten keine Streckung, keine geänderte Resonanzfrequenz
 aber massive 2-Teilung der Druckverhältnisse, Input Magnitude stark erhöht.
 Borejump bei 66%: an Druckbäuchen keine Streckung, keine geänderte Resonanzfrequenz,
 Magnitudenpotential erniedrigend, aber Potential vergleichsweise sehr gering.



Mode #4, Druck normalisiert auf die Magnitude des resultierenden letzten Druckbauches = 1,0;
 jeweils eine strikte Zweiteilung der Druckamplituden ab dem Querschnittsprung = lokaler Impedanzsprung
 Borejump vor einem Druckbauch (25, 50%): lokal Stauchung; global tiefer, da längere Druckknotenabstände 1/2 WL.
 Borejump nach einem Druckbauch (33, 66%) lokale Streckung; global höher, da kürzere Druckknotenabstände 1/2 WL.



Mode #5, Druck normalisiert,
 eine Zweiteilung der Druckamplituden ab dem Querschnittsprung = lokaler Impedanzsprung
 Borejump an bzw. nahe einem Druckknoten (33%), dann extreme Änderung Inputmagnituden up, no pitch change
 Borejump an bzw. nahe einem Druckbauch (25%), kaum Magnitudenpotential down, no pitch change

Bei + / - 1/8 Wellenlänge = arithm. Mitte von Druckknoten und Druckbäuchen bzw. 0,7 * Druckbauchmagnitude ergibt sich jeweils das maximale Pitch-Potential, Jump bei Druckknoten -> Druckbäuche: Frequenz max. vertiefend
 (Mode #1 in jedem Fall erhöht; bei 25%: ~1/2 Ton) Druckbäuche -> Druckknoten: Frequenz max. erhöhend

Zylinder A: closed–open, als Einzelsegment für sich:

Resonanzen = Input Impedanz Peaks/Berge = Effekte am geschlossenen Ende:

Nodes=Knoten=kein Änderungspotential, Magnitude=Impedanz bzw. Stärke, Pitch=Frequenz bzw. Tonhöhe

0% Rohrlänge RL closed End	50%RL -1/8WL XM –IN1	bei 50% RL XM-PN	50%RL +1/8WL XM-IN2	100% RL open End
	Magn. Node max. Pitch Pot	max.Magnit.Pot. Pitch Nodes	Magn. Node max. Pitch Pot	Magn. Node max. Pitch-Pot
odd / Ungeradzahlige Resonanz Mode #				
Druck-Bauch	Druck-Bauch		Fluss-Bauch	Fluss-Bauch
Fluß-Knoten	Fluß-Knoten		Druck-Knoten	Druck-Knoten
Eine lokale Perturbation Erweiterung/Enlargement verursacht global:				
<- vertieft Frequ.	<-- vertieft Frequ.	Peak Magn.	erhöht Frequ. -->	erhöht Frequ. -->
	<-- alle Druck-Knoten	fällt	alle Druck-Knoten -->	--> vorige Druckkn.
even / Geradzahlige Resonanz Mode #				
Druck-Bauch	Fluss-Bauch		Druck-Bauch	Fluss-Bauch
Fluß-Knoten	Druck-Knoten		Fluß-Knoten	Druck-Knoten
Eine lokale Perturbation Erweiterung/Enlargement verursacht global:				
<- vertieft Frequ.	erhöht Frequ. -->	Peak Magn. steigt	<-- erniedrigt Frequ.	erhöht Frequ. -->
	alle Druckknoten -->		<-- alle Druckknoten	--> vorige Druckkn.

Zylinder B: open–open – als Verlängerung, gleicher Querschnitt, Einzelsegment für sich:

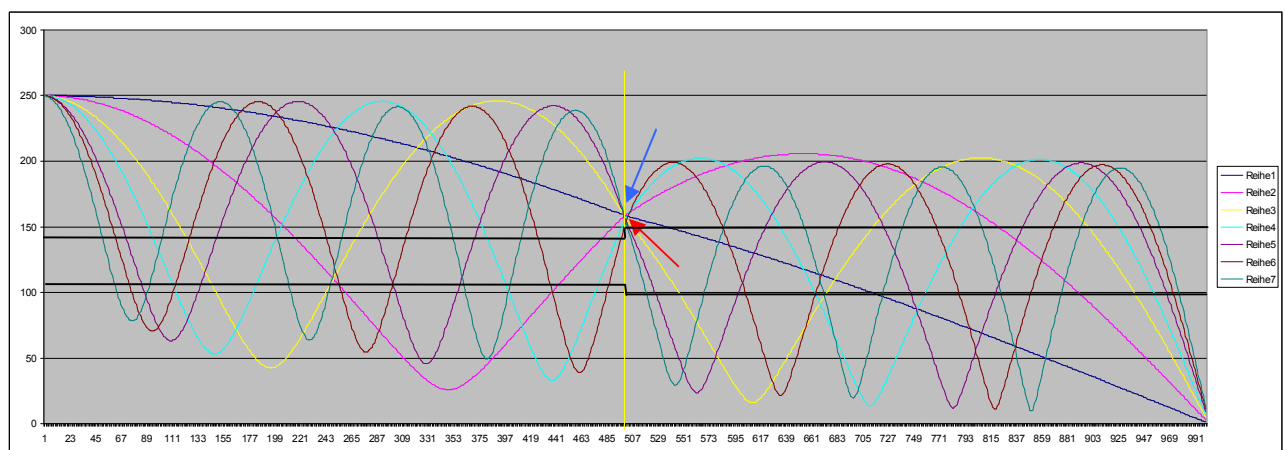
Resonanzen = Input Impedanz Dips/Täler = Effekte am (links nun offenen Ende:)

0% Rohrlänge RL open End	50%RL -1/8WL XM –PN1	bei 50% RL XM-IN	50%RL +1/8WL XM-PN2	100% RL open End
Magn. Node Fluss-Bauch Druck-Knoten	Pitch-Nodes	max.Pitch Pot.	Pitch-Nodes	Magn. Node Fluss-Bauch Druck-Knoten
lokale Erweiterung verursacht global:				
alle Modes erhöht ->		odd: Druckknoten ->	<-even: Druckbauch	<- alle Modes erhöht

Zylinder A closed->open + Zylinder B open<->open = Zylinder A+B closed->open = länger, tiefer.
Die charakteristische Impedanz $Z_c = \text{Dichte} \cdot \text{Geschwindigkeit} / \text{Querschnitt}$ ist bei Segment B nicht verändert.
Alle Modes verteilen sich neu nach Schema closed-open = kein Mode-mismatch bei gleichem Querschnitt.
Ende Segment A u. Beginn Segment B sind weder Druckknoten noch Druckbauch, sondern **XM-PN=Mitte**.

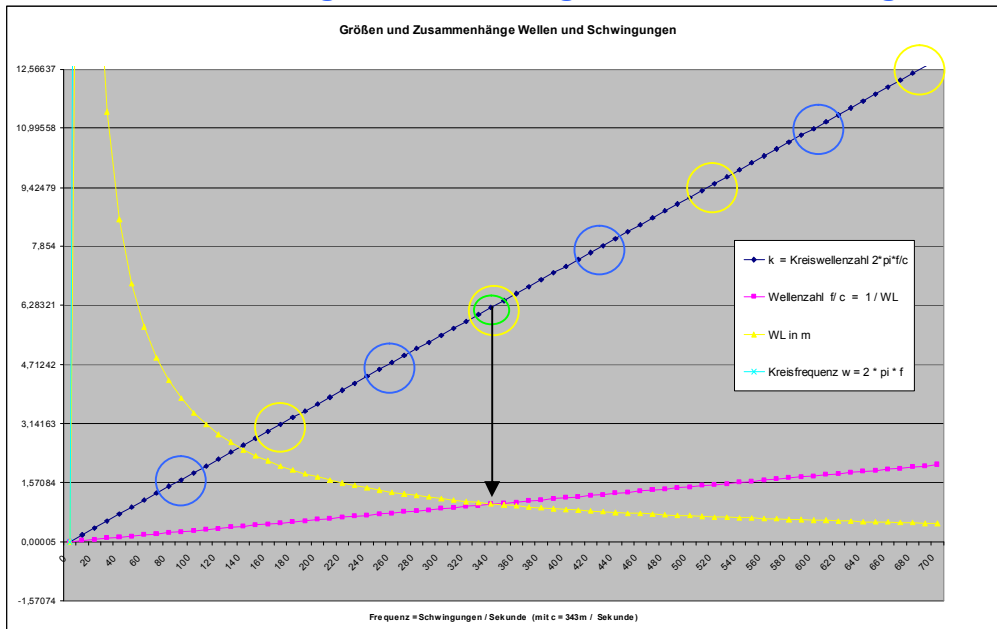
Zylinder B: open–open – als Verlängerung, aber größerer Querschnitt = changed Z_c :

Die charakteristische Impedanz $Z_c = \text{Dichte} \cdot \text{Geschwindigkeit} / \text{Fläche}$ ist nun schlagartig niedriger. Die Input-Impedanz in logarithm. Darstellung ist die x-fache Abweichung (+/-) von der charakt. Impedanz des Rohres.



Impedanzsprünge= „Knicke“ im **Druck : Fluss Potential**; bei 50% RL lokal: odd# Press.Pot down, even# Press.Pot up.
Globaler Effekt Pitch: even Modes down, odd Modes up. Wo bei lokalen Perturbationen Pitch-Nodes wären, sind durch Borejumps nun Pitch-Potential Maxima als globale Auswirkung. Eine kleine Verschiebung der Jump Position gibt hier:
nach links <- Richtung Druckbauch für odd Modes: Pitch less down, Magn. small Pot down; nach rechts-> vice versa
<- Richtung Druckknoten für even Modes: Pitch less up, Magnitude strong Pot up. nach rechts-> vice versa

Kreiswellenzahl, Tangens, Bedeutung und Zusammenhänge:



Die y-Achsenkalierung zeigt hier Vielfache 1/2 von Pi = 1/4 Wellenlängen/ Kreisumrundungen (=90 Grad)

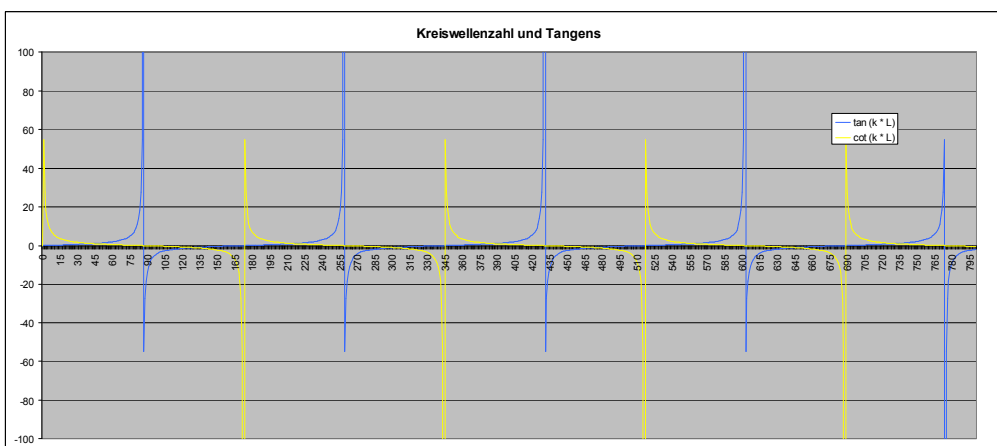
$f = \text{Frequenz als Variable}$ $c = \text{Speed of Sound in (free) Air}$ $L = \text{Resonatorlänge (hier 1,0m)}$
 $k = \text{Kreiswellenzahl}$ $= (2 * \pi * f) / c$ $\rightarrow \text{Wellenzahl} = k / 2 * \pi = 1,0 \text{ bei } k=6,28..$

In das einseitig geschl. Rohr passt eine Grundfreq. mit 1/4 WL ~ 86 Hz, 2. Freq. +1/2 WL = 258 Hz, usw.

Blaue Kreise = 1/4, 3/4, 5/4, usw. von 2*Pi, die Tangenswerte sind hier jeweils infinite, und ergeben ein Impedanz Maximum = Resonanzfrequenzen beim einseitig geschlossenen Zylinder.

In ein beidseitig offenes Rohr passt eine Grundfrequenz mit 1/2 WL ~ 172 Hz, 2. Freq. = +1/2 WL ~ 344 Hz,...

Gelbe Kreise: Ganze Vielfache von Pi = 1/2 Schwingungen, (Grün = 2*pi = 360 Grad = 1 ganze Schwingung) Tangens ergibt hier jeweils Null, und ein Impedanzminimum (~ Resonanzfrequenzen beim offenen Rohren).



Der Tangens von (k * Rohrlänge) ergibt:

Infinity: -> Nulldurchgänge fallend zwischen max. Positiv und max.

-> Impedanzmaxima = Resonanzfrequenzen bei einseitig geschlossenen Zylindern
 = Antiresonanzen bei beidseitig offenen Zylindern (nicht bei Konus!!)

Nullwerte / Durchgänge aufsteigend: (= cot Infinity Nulldurchgang steigend)

-> Impedanzminima = Antiresonanzen in der arithm. Mitte der Resonanzfrequenzen.
 = Resonanzen bei beidseitig offenen Zylindern + Konus mit Spitze

$\cot \text{ aus } (k * \text{Rohrlänge}) = 1 / [\tan (k * \text{Rohrlänge})] = \text{Reziprokwert.}$

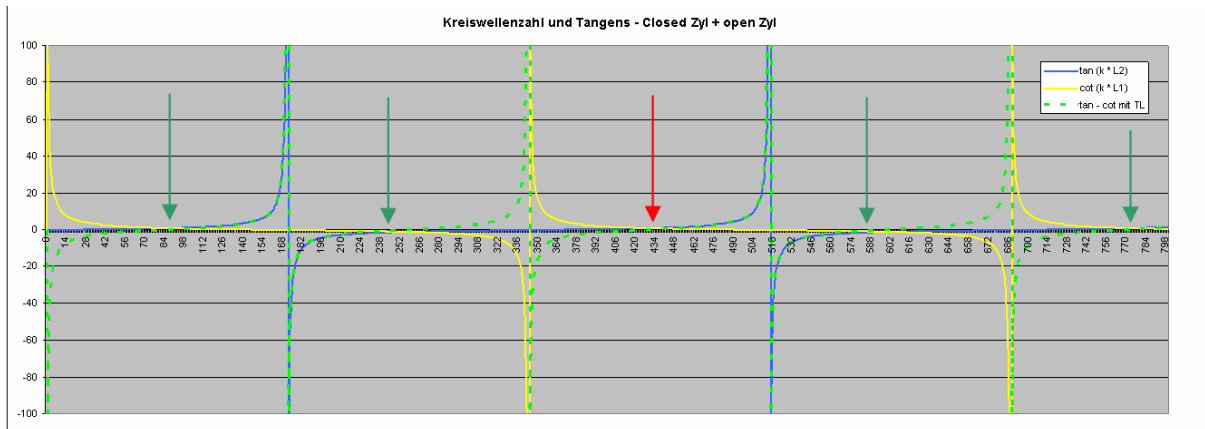
1:1 Mode matching = Kombination Längenanteile von Zylindern mit selbem Radius:

Wir definieren hier das closed-open Rohr als Segment L#2 und das beidseitig offene Rohr als Segment L#1. Beide Zyl. haben für sich wegen der einzeln kürzeren Längen logischerweise auch für sich alleine höhere Resonanzfrequenzen als in Kombination miteinander (Addition Rohrlängen). *Excel-Formel für cot()=1/tan()*

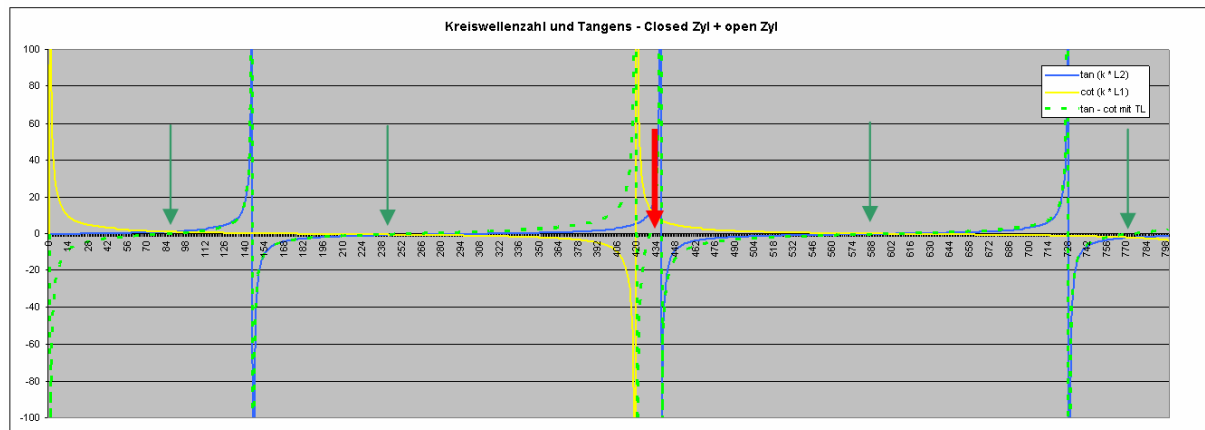
closed-open Zyl = $\tan(k * L\#2)$, Infinite-Stellen = Imp. Maxima, Nulldurchgänge absteigend.
open-open Zyl = $\cot(k * L\#1)$, Infinite-Stellen = Imp. Minima, Nulldurchgänge aufsteigend.

closed-open Cylinder (L#2) + **open-open Cylinder (L#1)**
 = ungerade Vielfache einer Grundfreq. = geradzahlige Vielfache einer Grundfreq.

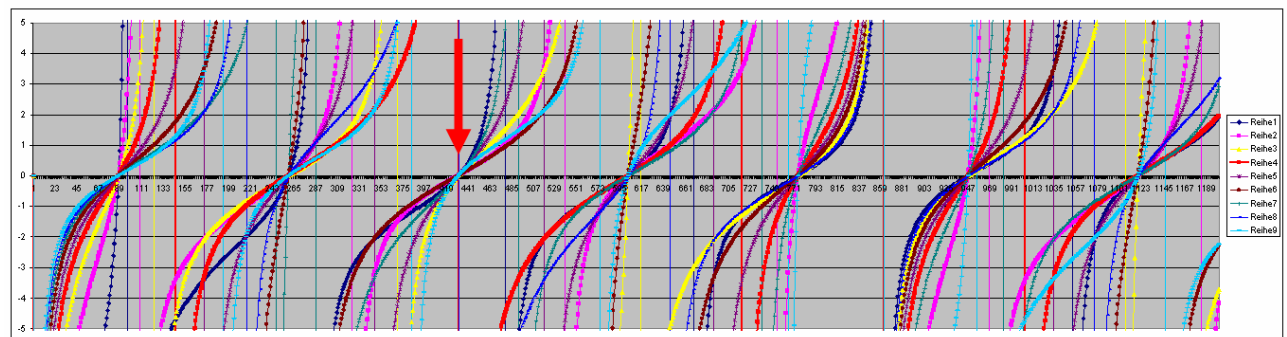
$\tan(k * L\#2)$ - $\cot(k * L\#1)$ = **Nulldurchgänge aufsteigend!**
Kombinationskurve = ungeradzahlig Vielfache (hier von 86 Hz) = **Resonanzfreq. Gesamtlänge**



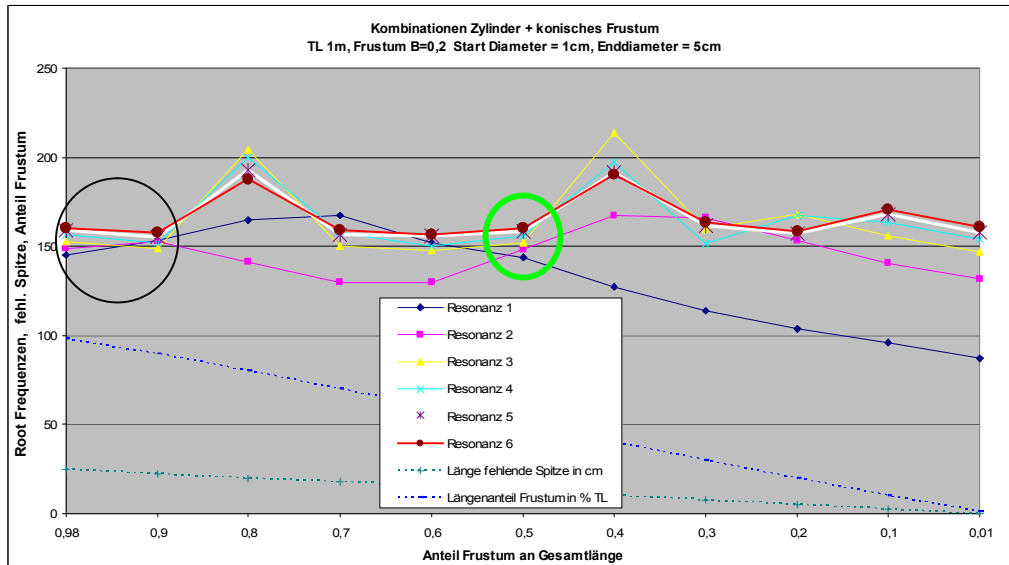
Zylinder Gesamtlänge 1,0m, 344m/Sek, Längenverhältnis 0,5 closed-open Zyl. zu 0,5 open-open Zyl.



Zylinder Gesamtlänge 1,0m, 344m/Sek, Längenverhältnis 0,59 closed-open Zyl. + 0,41 open-open Zyl. L2 hier nun für sich tiefere Frequenzen, L1 hier nun für sich höhere Frequenzen, in Summe aber gleich.



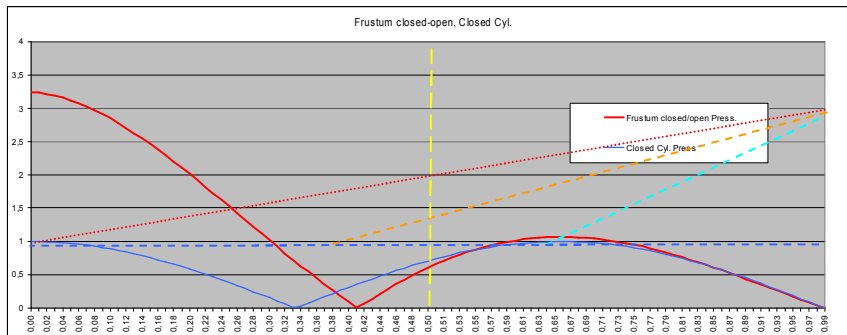
Ergebnisse / Kurven bei 0,9 bis 0,1 Anteilen closed+open Zyl. Die Resonanzfreq. sind zwangsweise gleich. **Achtung:** Wenn $k * L\#1 = \pi$, dann wird die Frequenz „verschluckt“, dies ist hier bei 0,6:0,4 bei 434 Hz der Fall, (Reihe 4, rot). Wird das Verhältnis nur geringfügig geändert, stimmt die Auswertung. (Beispiel 0,59:0,41)



Andere Darstellung; Deutlich erkennbar die „Perturbation“ des Resonators anhand Mode #1+#2. Es ändert sich der konische Längenanteil, **Öffnungswinkel** und die Länge einer fehlenden Spitze des Konus.

Druckbauch- und Flußbauch-Maxima bestimmen die Positionen mit max. Pitch-Änderungs-Potential, beim CC bei/mit ~50% Rohrlänge befinden sich alle XM-Pitchnodes = Tonhöhen kaum geändert!

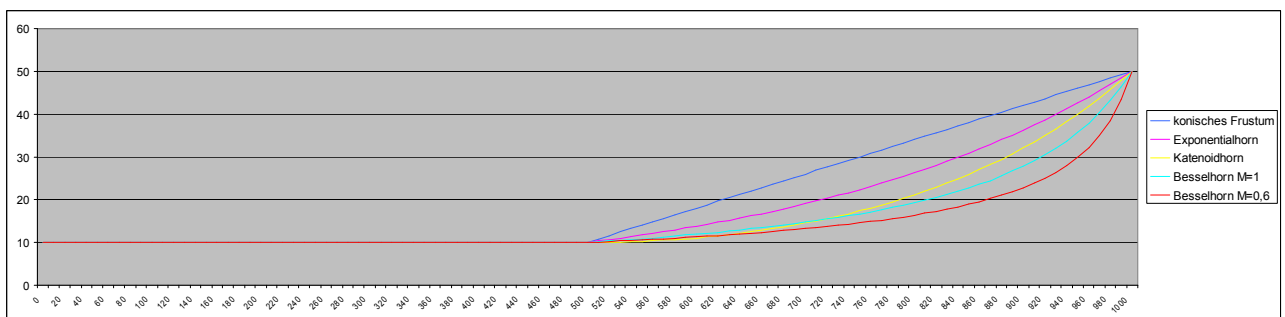
Nur bei Anteil **Frustum >90%** oder **annähernd 50/50 Längenanteil** ergeben sich ~ annähernd harmonische Verhältnisse aller unteren Moden. Bei ~0,4 und ~0,8 Anteil Frustum kommt es zu besonders extremen Abweichungen der Resonanzen, **wo aber Freq. Abweichungen gering sind, sind die Imp. Magn. Abw. hoch!**



Mit ~0,35 und ~0,65 Anteilen kommt es z. B. bei Mode #2 zu großen Pitch-Abweichungen. Grund: **Enlargements** an/um einen **Druckbauch** (bei ~66% RL) **vertiefen** die Resonanzfrequenz; um **Flußbäuche** (~35+100% RL) **erhöhen** sie die result. Res.Freq. **Bei höheren Modes cancelt die größere Anzahl das teilw. aus!**
-> Enl. bei 100% überwiegt hier!

Var B: Kombination einseitig geschlossener Zylinder + open-open Salmon-Hörner

A: $\tan(k * L2)$ - B: $(b/k)^* \cotan(b * L1)$ - C: $(m/k) = 0$
 (closed-open zyl. Teil) $1/(\tan(b * L1))$ höhere Phase-Velocity. -> b = Wurzel aus $(k^2 - m^2)$
 -> C: $m/k = Fc/f = \text{ein Faktor}$
 -> C: bei Katenoid = 0!



Skizze Durchmesser, nicht maßstabgetreu
 Für gleiche Start und End-Durchmesser ergeben sich jeweils unterschiedliche Flarefaktoren m bzw. h. Diese ändern sich mit dem Längenanteil des Horns zur Gesamtlänge mit dem geschlossenen Zylinder. Mit Endradius 2,5cm muß das physische Horn zus. um Endkorr. $2,5 * 0,61 \approx 1,5$ cm kürzer sein = 0,5-> 0,485 m

Exponentialhorn, m bzw. h-Wert bestimmen anhand vorgegebenem Start- und End-Querschnitt:

mit $1/B =$ Faktor größer zu kleiner Querschnitt, Umkehrfunktion: $\text{Ln}()$ = natürlicher Logarithmus

$$m = \frac{\text{Ln} (1/B) + 0}{\text{Länge}} \quad \text{mit Länge des Hornsegments in } m$$

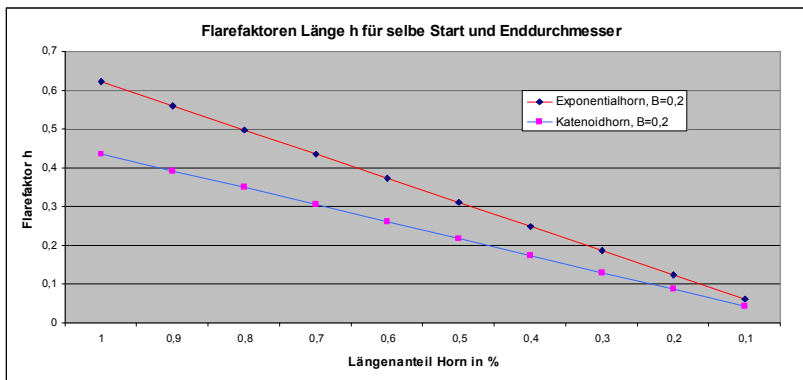
$$h = 1 / \{ [\text{Ln} (1/B) + 0] / \text{Längenfaktor Horn zu Gesamtlänge} \} \quad 1/B = \text{Faktor größer zu kleiner Querschnitt}$$

Katenoidhorn, m bzw. h-Wert bestimmen anhand vorgegebenem Start- und End-Querschnitt:

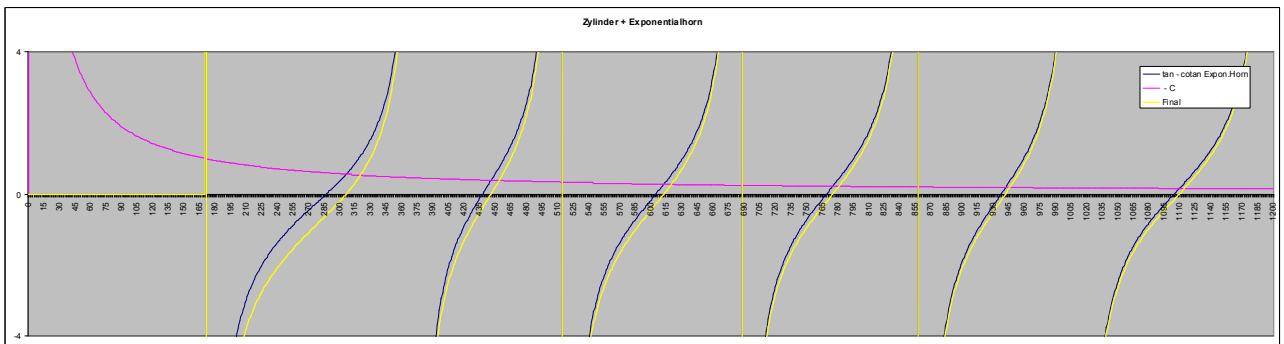
$\text{coshyp}(x) = (1/2) * (e^x + e^{-x})$; Umkehrfunktion: $g(x) = \text{Ln} [x + \text{Wurzel aus } (x^2 - 1)]$

$$m = \frac{\{ \text{Ln} [(1/B) + \text{Wurzel aus } ((1/B)^2 - 1)] \}}{\text{Länge}} \quad \text{Länge} = \text{Länge des Hornsegments in } m$$

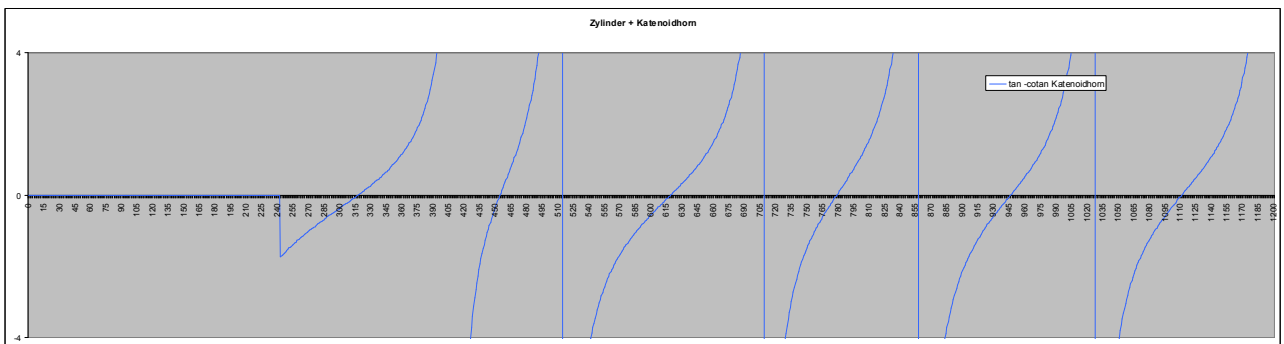
$$h = 1 / \{ \text{Ln} [(1/B) + \text{Wurzel aus } ((1/B)^2 - 1)] / \text{Längenfaktor Horn zu Gesamtlänge} \} \quad 1/B = \text{Faktor größer zu kleiner Querschnitt}$$



Längenteil oder kürzere Hörner, hier für den Durchmesserfaktor klein zu groß wenn $B = 0,2$



Effekt. Länge 1,015m, 344m/Sek, Anteil Zyl. closed-open=50%, Diameter 1cm->5cm, $B=0,2$ **$h=0,32m$**
Cutoff Frequ. des Exponential-Horn-Segments = 170 Hz (Gelb=aufsteigende Nulldurchgänge=Resonanzen)



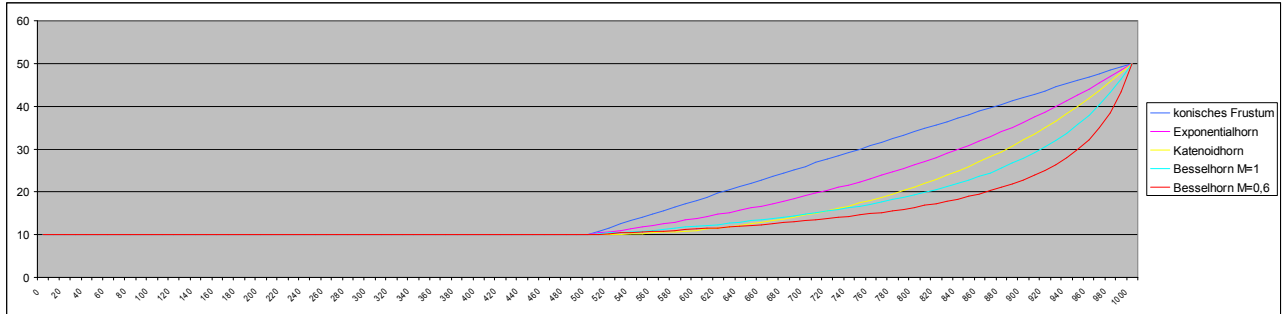
Effekt. Länge 1,015m, 344m/Sek, Anteil Zyl. closed-open=50%, Diameter 1cm->5cm, $B=0,2$ **$h=0,225m$**
Cutoff Frequ. des Katenoid-Horn Segments=243 Hz (Blau = aufsteigende Nulldurchgänge = Resonanzen)

Die hier berücksichtigte Endkorrektur offenes Hornende ist 0,015m für eine eff. phys. Länge von 1,0m.
Die kombinierte 1. Resonanz liegt unterhalb der Cutoff Frequ. des Hornanteils und wird daher nicht ermittelt!
*Diese liegt viel zu tief, dagegen ist bei beiden Kombinationen **nun Mode #2** überdurchschnittlich erhöht!*

Kombinationen closed Zyl. + Hörner, mit jeweils selbem End-Durchmesser:

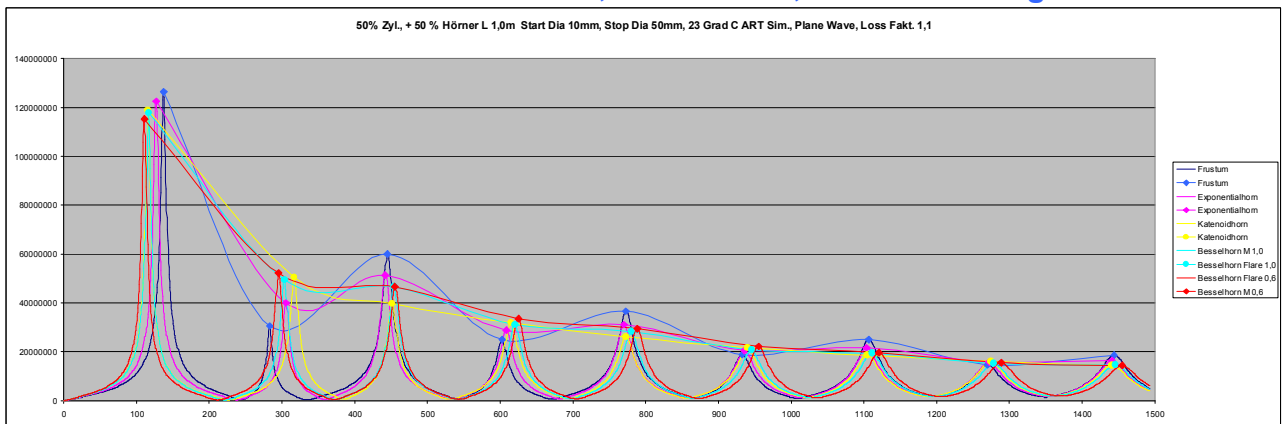
Effektive Gesamtlänge inkl. Endkorrektur = $1\text{m} + 0,6133 \cdot 0,025\text{m}$ Endradius = 1,015 m

Start Dia / Zyl. = 10mm, Hornende = 50mm = B0,2, ART Simulation Plane Wave, 23 Grad, Lossfaktor 1,1



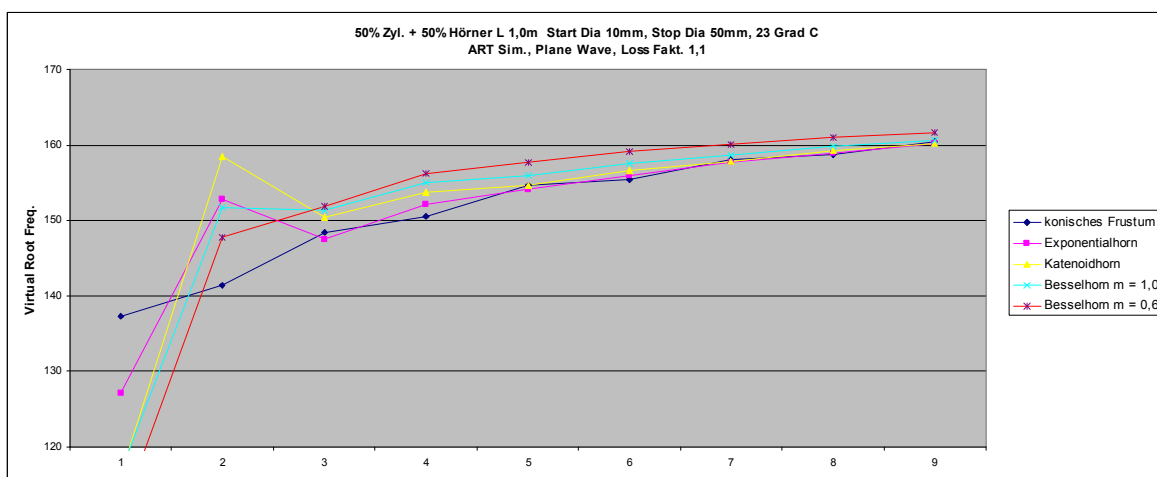
Geometrie, Skizze Durchmesser - die Grafik ist nicht maßstabgetreu, denn die Länge ist stark gestaucht \gg !
 Mode-Matching: Es scheint klar, daß das Frustum durch den plötzlichen Querschnittwechsel die größten Änderungen und Effekte erfahren könnte, gefolgt vom Exponentialhorn. Die geringsten Mode-Matching Probleme sollten sich beim Katenoidhorn ergeben, die Steigung am Übergang ist hier ja Null, danach gering.

Simulation der Kombinationen mit ART, Plane Wave, Mode-Matching:



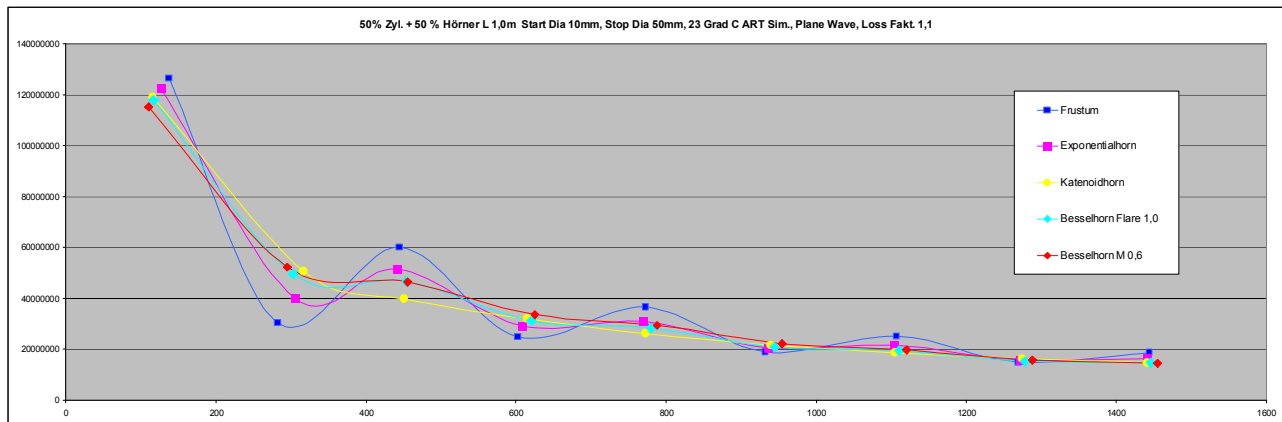
Gerade Peak # haben bei 50/50% Anteil jeweils geringere Input Impedanz Magnituden, aber höhere Res.-Frequenzen!
 Am deutlichsten sichtbar bei Mode #2 und #4. Ungerade Peak # hingegen werden „stärker“, und liegen tiefer.

*Entgegen dem Trend der restlichen Hörnern liegen mit dem **Frustum** - als auch bei einem closed-open Zylinder mit Borejump bei 50% (nicht abgebildet)- alle Frequ. gerader Modes tiefer, aber zusätzlich gepaart mit einer „verheerenden“ Bilanz bei den resultierenden odd gegen even Input Impedanz Peak Magnituden.*



Cut-off Frequenzen Hornsegmente: Exponentialhorn: 170 Hz, Katenoidhorn: 243 Hz (etwas unter Mode#2)
 Besselhörner mit größerem Faktor m würden sich dem Exponentialhorn annähern, aber nie dem Katenoid.

Mit den Salmonhörnern liegt nun auch die Mode #1 Frequenz durch den zylindrischen Rohranteil wesentlich zu tief; dafür kommt es aber im Bereich der Cut-off Frequenz (~Mode #2) des Hornteils zu überhöhten Resonanzfrequenzen!



Die verwendeten Längen im vorangegangenen Beispiel entsprechen in etwa der einer Hoch Eb Trompete. Allerdings sind Schallbecherausladungen üblicherweise wesentlich größer als 50mm Durchmesser. Dieser wurde hier vorerst beibehalten, um Unterschiede mit den 50 cm langen Hörnern besser darzustellen. Später folgen Beispiele mit realistischeren Größen für Längen und Enddurchmessern von Bb-Trompeten. Diese haben dann eine Gesamtlänge von rund 1400 mm und einen Enddurchmesser von rund 130mm.

Enge Mensuren, längere Zylinderanteile ~ „Trompeten“:

Das Mode-Matching funktioniert mit ~ 50% Hornanteil **UND** bei ungeraden Mode# scheinbar besser, bei geraden Mode# dafür schlechter - sofern man nur die Input Impedanz-Magnituden (Peaks) betrachtet. Betrachtet man hingegen **nur** die resultierenden Resonanz-Frequenzen, so ist das Bild quasi umgekehrt.

Das Mode-Matching mit ~50% Hornlänge sorgt für eine akustische Zweiteilung der odd zu even Modes! Odd Modes werden vom Zylinderanteil stärker dominiert als even Modes vom Hornanteil!

Das Mode-Matching hat Auswirkungen auf Stimmungstrends, die alle Trompeten (enge Mensur) aufweisen. Hier entspricht die Schallbecherlänge rund 50% der Gesamtlänge, solange keine Ventile gedrückt sind (V0)

Mit Mundstück, V0 (= keine Ventile gedrückt):

speziell gerade Mode #4 = notiertes **c2** und Mode #6 = notiertes **g2** sind tendenziell meist zu hoch. Speziell ungerade Mode #3 = notiertes **g1** und Mode #5 = notiertes **e2** sind dagegen sehr selten zu hoch.

Die genannten Modes liegen bewußt alle unterhalb einer MPC Popp. Frequenz. Die equivalente Länge eines Mundstückes (anstelle Zyl. Rohr) ändert die effektiven Längen ja noch zusätzlich einigermaßen monoton, aber es werden die durch das Mode-Matching hervorgerufenen Stimmungsabweichungen weiter „mitgeschleppt“ und nicht „ausgebügelt“.

Die starke Impedanzerhöhung anhand eines Mundstückes hingegen verschleiert die „systematischen“ Magnitudenunterschiede etwas, welche durch das Mode-matching prinzipiell hauptverursacht werden.

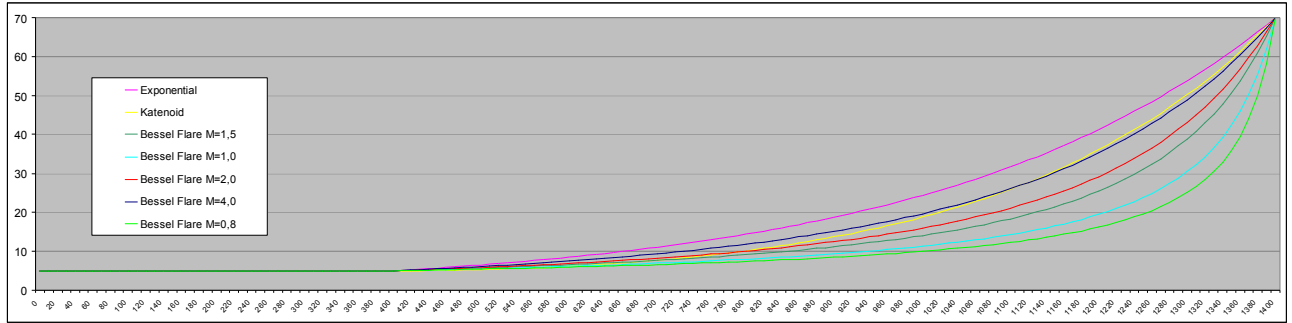
Weite Mensuren, kürzere Zylinderanteile ~ „Flügelhörner“:

Bei Bb Flügelhörnern liegt der Hornanteil mit Hornlängen von rund 100cm bei ca. 70%, der zyl. Anteil (Mundstück mit eingerechnet, aber durch einen Zylinder gleicher Länge ersetzt) bei rund 30%. (V0).

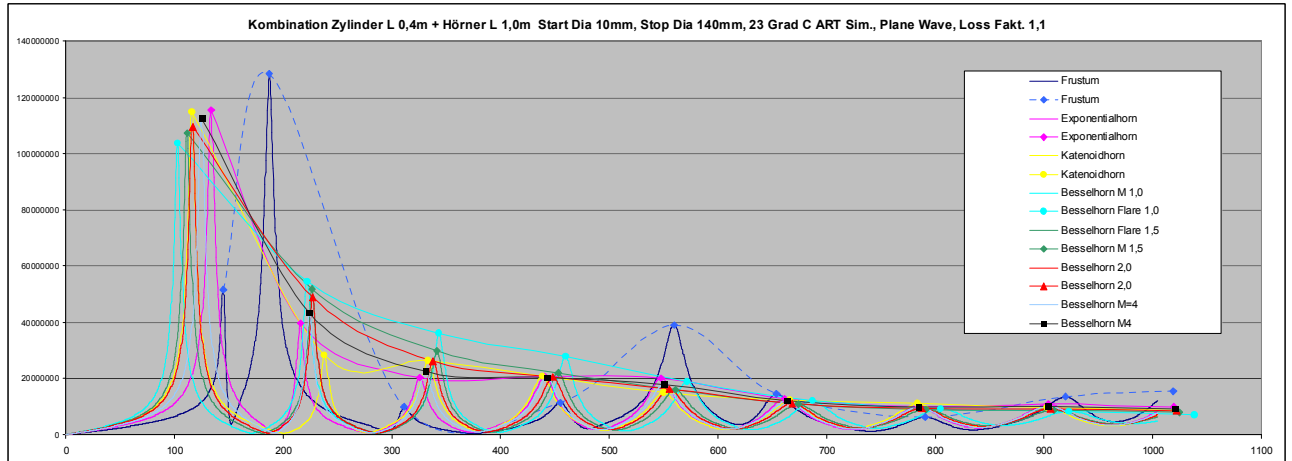
In so einer Konstellation muß sich das Mode-matching Problem anders über die Resonanzmoden verteilen, zudem haben Flügelhörner gegenüber Trompeten oft eine geringfügig größere Schallbecher Endausladung, insgesamt aber eine geringere Flare-Rate (weniger Steigung = eine weite Mensur).

Für den folgenden Versuch habe ich der Einfachheit halber 29:71% mit 40cm Zylinder+100cm Horn, Startdurchmesser 10mm und Enddurchmesser 140mm gewählt. Wieder wird davon ausgegangen, daß vorerst keine zusätzlichen zylindrischen Ventilschleifenlängen im Spiel sind (=V0).

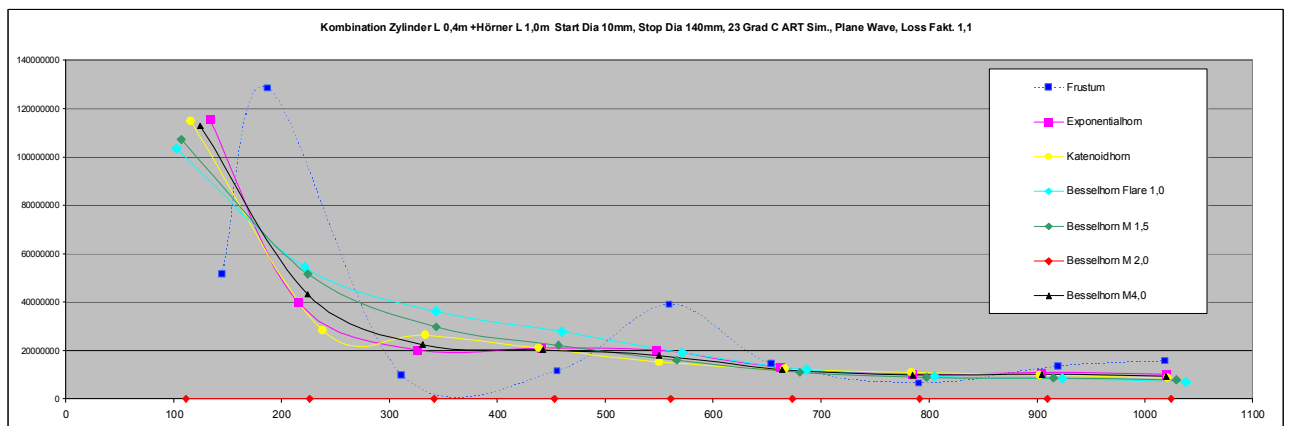
Es sollen wieder die Unterschiede bei verschiedenen geometrischen Horngestalten untersucht werden. D.h. es geht hier um akustische Prinzipien und nicht um eine Bauanleitung für ein perfektes Instrument!



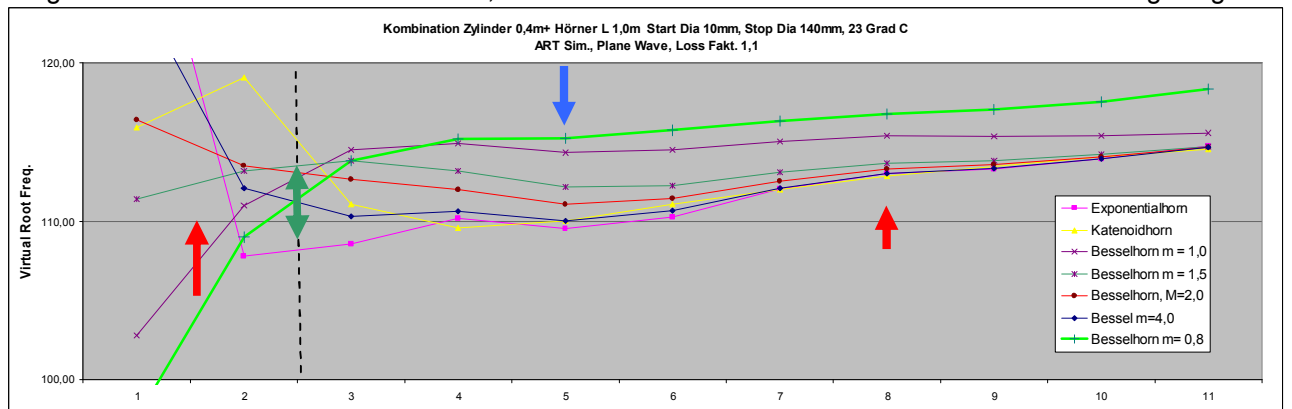
Zyl. L=0,4m + Hörner: L 1,0m Start Radius: 5mm, Endradius: 70mm, = 14facher Enddurchmesser B=0,071 Verhältnis 29 : 71%. Die Hornprofile (Radius) sind nicht maßstabgerecht, die Länge ist stark gestaucht <>!



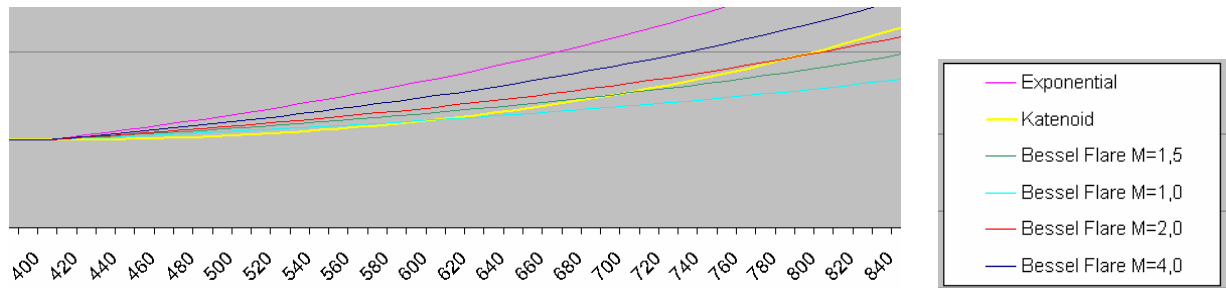
Cutoff Exponentialhorn: 144 Hz mit Mode#1 etwas darunter, Cutoff Katenoid: 182 Hz zwischen Mode# 1+2



Das Mode-Matching wirkt sich auf Imp. Peaks bei 30:70 nicht odd:even aus; Mode #3+4 fallen rasch, #2/5/8 steigen nur noch beim Extrem = Frustum; dieses wird für bessere Übersichtlichkeit nicht mehr angezeigt

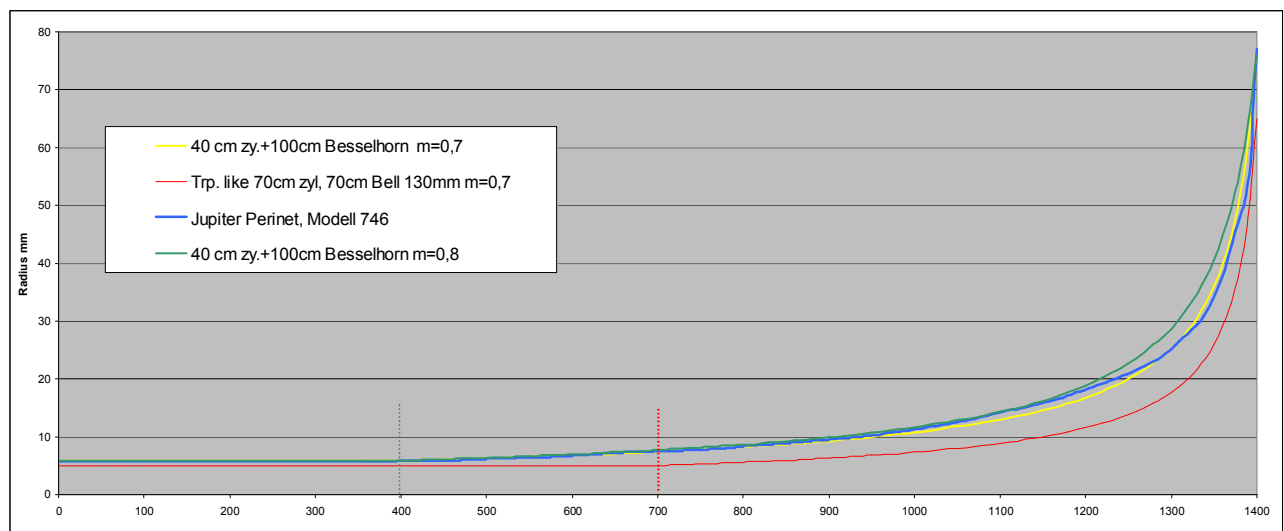


Bessel von m0,8 nach m4: Mode 1+2 steigen, Mode 2+3 sind an einem Angelpunkt, Bereich um Mode5 wird tiefer, Bessel würde sich weiter an Exponentialhorn annähern, über ~Mode 4 aber kaum mehr Änderungen!



Vergrößerter Ausschnitt Hornbeginn und die unterschiedlichen Steigungen hier mit dem Extrembeispiel: Bessel Horn mit $m=4$: Zu Beginn höhere, am offenen Ende aber geringere Steigung als das Katenoidhorn!

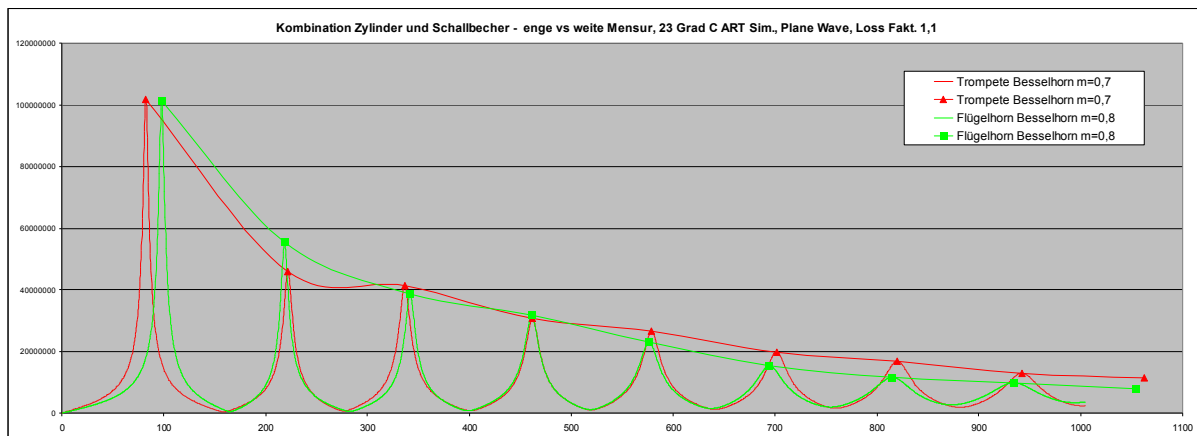
Besselhörner mit $m=\infty$ würden sich letztendlich im Exponentialhorn wiederfinden, nie aber die Geometrie eines Katenoidhorns annehmen. Zwischen $m=3$ und $m=4$ wird hier diese Grenze überschritten. Beim Katenoidhorn mit Steigung 0 an der Schnittstelle liegt nach wie vor die Mode #2 Resonanz viel höher.



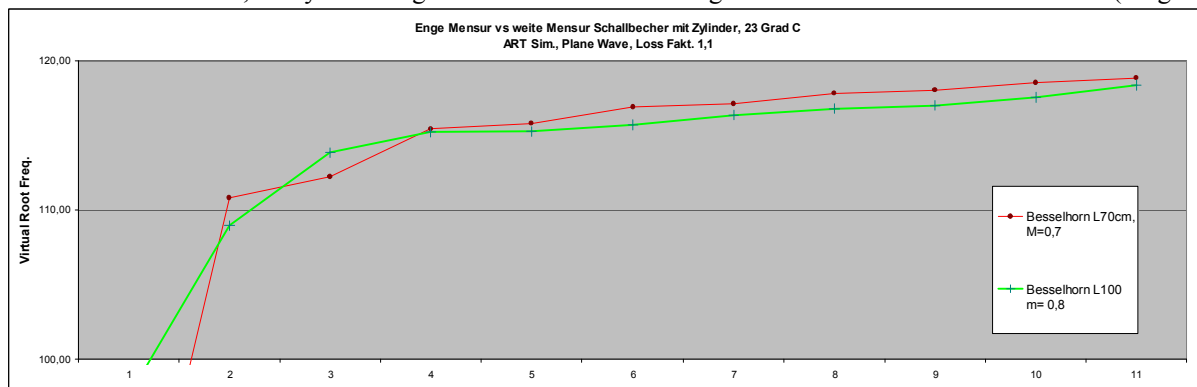
Ein grober Vergleich der Becherabmessungen „moderner Flügelhörner“ zeigt, daß diese bis ca. 20cm vor dem großen Becherende in einer Größenordnung von Besselhörnern mit $m\sim 0,8$ sind, danach aber der Flare steigt, $m\sim 0,7$. Der Flarefaktor eines „Besselhorns“ besitzt daher keine Aussagekraft, er muß immer mit der Länge in Relation gesetzt werden! Mit eingezeichnet ist ein hypothetischer Schallbecher mit Dimensionen, der in etwa **Bb-Trompeten** entsprechen könnte. Im Vergleich zu **1m Schallbecherlänge** und Enddia 140mm ist hier die Hornlänge „nur“ **70cm mit $m=0,7$** und Enddiameter 130mm, -> **höhere Steigung am Ende!**



Neben historischen Kornetts gibt es bei Flügelhörnern und Drehventiltrompeten die größte „Arten-Vielfalt“. Bei keinem dieser Instrumente entspricht der Schallbecher exakt einem „Besselhorn“, jener Bezeichnung und Berechnung, die erst populär wurde, nachdem Ventil-Instrumente bereits über 100 Jahre gebaut wurden und sich ständig weiterentwickelt haben. Der stärkere Anstieg am Becherende ist auch eine Auswirkung dieser Evolution. Erkennbar ist eine Entwicklung vom ~Katenoidal/Exponential Typus hin zu einer Bessel- / trompetenähnlichen Form des Schallbechers und immer größeren „Mensuren“ und Bohrungen. (Lautstärke)



Startdurchmesser 1cm, Zylinderlänge 70cm + Schallbecherlänge 70cm mit Enddurchmesser 13cm (Trompete)
 Startdurchmesser 1cm, Zylinderlänge 40cm + Schallbecherlänge 100cm mit Enddurchmesser 14cm (Flügelhorn)



Impedanz, Mode-matching u. Inharmonizität von Zyl.+Hörnern, TL 140cm Trompete vs. Flügelhorn in Bb, V0

Odd = ungeradzahlige Modes des engmensurierten Schallbechers mit Längenanteil 50% zeigen die größten Abweichungen (höhere Impedanzpeaks, bei tieferer Frequenz -> Einfluß closed Zyl.!) mit V0 Länge des zyl. Anteils. Bei weiter Mensur mit 70% Hornanteil ist der Einfluß des Horns höher, (Modes <#4 Trend reverse)

Die stark reduzierte Hüllkurve der Peaks beim weitmesurierten Schallbecher ab Mode #5 zeigt aber deutlich, daß diese Frequenzanteile stärker abgestrahlt werden, und so nur als schwächere Reflektionen für stehende Wellen zur Verfügung stehen und damit mehr Energieaufwand durch den Bläser zu spielen sind als auf der Trompete. Wohlbemerkt sind alle vorangegangenen Versuche bewusst immer ohne ein Kesselmundstück und ein adäquat passendes Mundrohr angestellt worden. ->Das fehlt noch :)

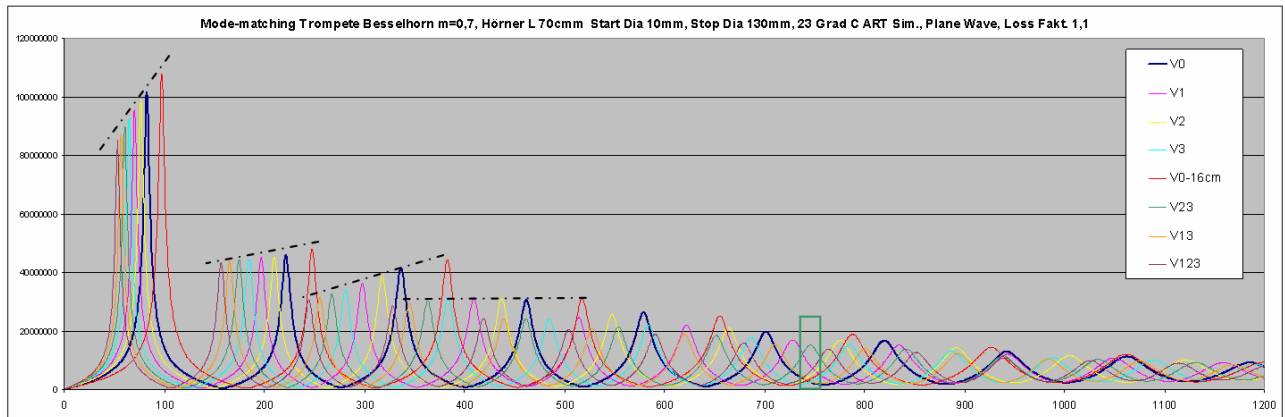
Mode-Matching in Verbindung mit anderen Zylinderanteilen (z.B. Ventile):

Durch die Verwendung von Bögen, Ventile oder Züge ergeben sich geänderte fixe Hornlängenanteile zur Gesamtlänge und somit geänderte Mode-Matching Effekte durch geänderte zyl. Anteile. **Die ~ passenden Verlängerungen ergeben sich aus akustischer Gesamtlänge eines äquiv. offenen Zylinders ~147,4cm für ein Bb-Instrument (mit einem Mundstück), Stimmung A1=440 Hz bei und 20 Grad C.**

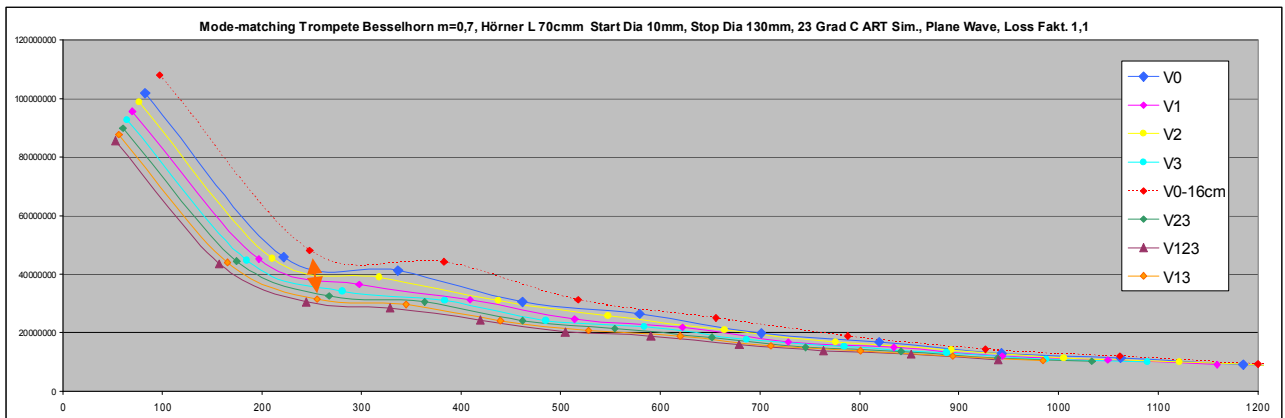
Verlängerungsfaktoren:	LF:	akust. TL cm	Verl. cm:	70cm Hornanteil:	100cm Hornanteil:
V0-16 (Verkürzungsventil)	0,89	131,4	-16,0	54,0+70 56%	
V0 kein Ventil gedrückt	1,0	147,4	0,0	70,0+70 50%	40,0+100 71%
V2 2. Ventil	1,0604	156,2	8,8	78,8+70 47%	48,8+100 67%
V1 1. Ventil	1,1229	166,3	18,9	88,9+70 44%	58,9+100 63%
V3 3. Ventil	1,1993	176,7	29,3	99,3+70 41%	69,3+100 59%
ergeben zudem folgende (zu kurze) Kombinationen:					
V12 1. + 2. Ventil	=1,1833	174,4	27,1	97,1+70 42%	67,1+100 60%
V23 2. + 3. Ventil	=1,2597	185,6	38,2	108,2+70 39%	78,2+100 56%
V13 1. + 3. Ventil	=1,3222	194,8	47,4	117,4+70 37%	87,4+100 53%
V123 1. + 2. + 3. V.	=1,3826	203,7	56,3	126,3+70 35%	96,3+100 50%

Bei der engen Trp. Mensur wird der Schallbecheranteil von ~50 % auf bis zu ~ 35 % reduziert (V123)
 Bei weiter Mensur von ~70% auf 50% (V123), d.h. auf die selben Verhältnisse wie bei enger Mensur mit V0.

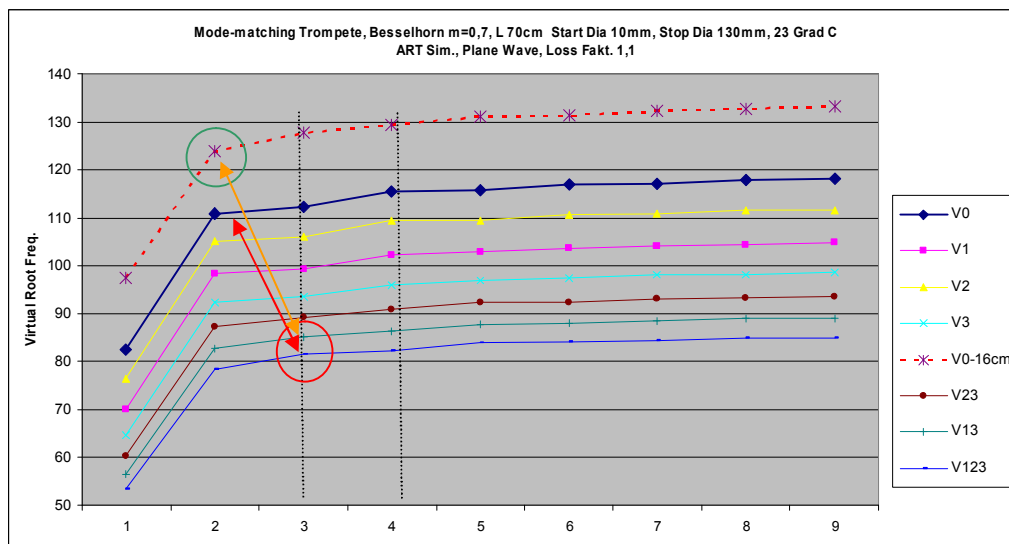
Mode-matching Schallbecher, Ventilkombinationen, enge Mensur / Bb-Trompete:



Länge V0: zyl. Teil 70cm samt Mundstückersatzlänge, Hinweis: V0-16cm gibt die Länge einer C-Trompete. Mode #8 V23 ist die Kombination mit der notwendigen längsten Luftsäule im oberen Spielbereich und spricht dadurch oft schlechter an als seine „Nachbar-Frequenz“ g2 (kein „Hilfsgriff“ vorhanden, Brassiness-Faktor!) Anhand der Magnituden wird ev. klar, warum man für manche Töne nur ausnahmsweise „Hilfsgriffe“ benutzt.

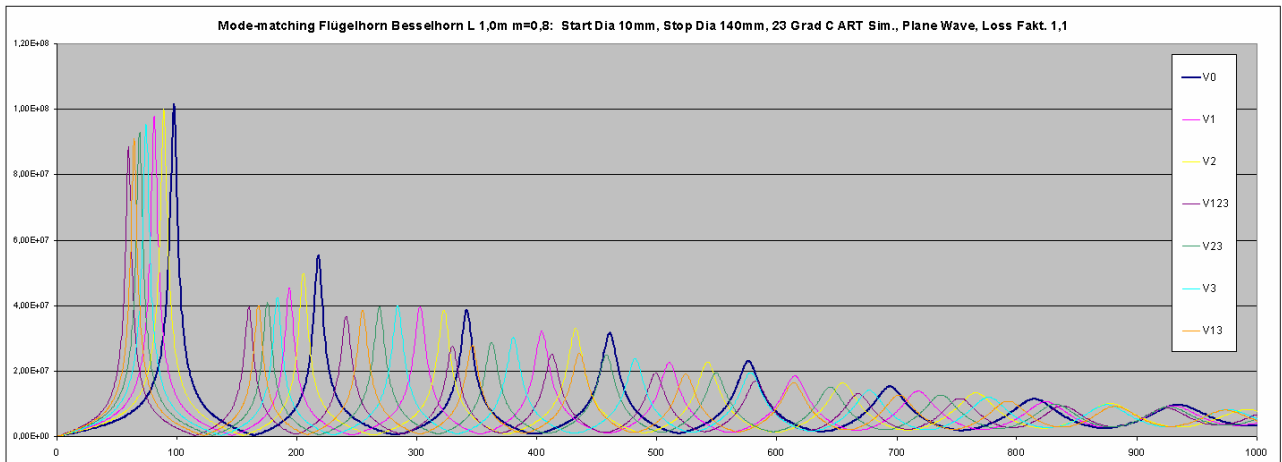


Ein Vorteil eines Ganzton-Verkürzungsventils ist z.B. ein starkes, besser stimmendes notiertes „d1“ (orange)

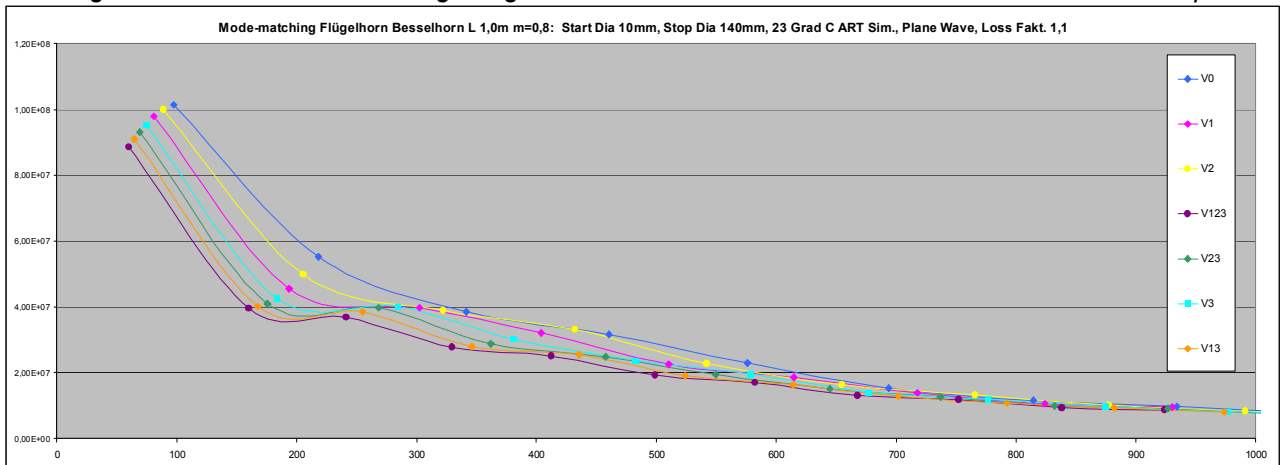


Mode #2+#4 = even sind von V0->V3 vergleichsweise höher; bei Hornanteilen <40% und >55% aber tiefer! Die beiden wohl auf jeder Trompete schlechtest stimmenden, und damit auch in der Tonqualität abweichend klingenden Modes #3 mit V13 sowie V123 werden (zur schon zu kurzen Rohrverlängerung) durch das Mode-matching nochmals höher und deren Impedanzmagnituden tiefer! Der rote Pfeil zeigt auf kurz oberhalb V0 Mode #2, die resultierende Wellenlänge bzw. die äquivalente Zylinderlänge ist hier schlichtweg zu kurz! Mode #3 und #5 liegen auch bei kürzeren Verlängerungen V2-V3 vergleichsweise zu tief. Mit größeren zyl. Längenteilen V13-V123 dann zwar zu hoch, werden aber äußerst selten als „Hilfsgriffe“ verwendet!

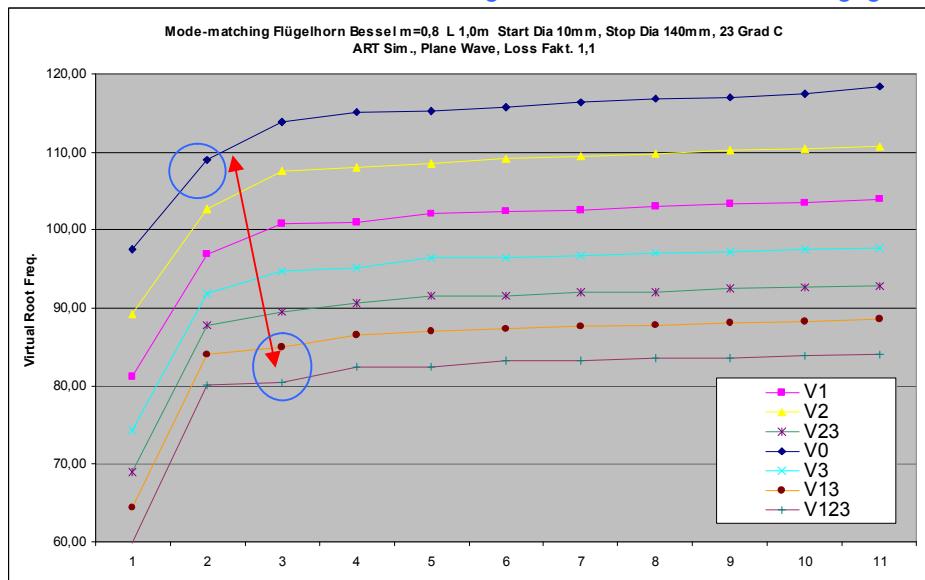
Mode-matching Schallbecher, Ventilkombinationen, weite Mensur / Bb-Flügelhorn:



Der Magnitudenabfall mit Rohrverlängerung ist bei den unteren Moden sehr unterschiedlich zur Trompete!



Sehr unterschiedliches Verhalten der Magnituden bei Mode #2 und #3 gegenüber Trompete



Flügelhorn: unter 55% Hornanteil = V123: Mode-Matching Verhalten even/odd (~wie V0 Trp.=50%)
 um 60% Hornanteil ~V1-V3: inverses Verhalten bei Pitch, (~ähnlich V123 bei Trp.=35%)
 ab ~70% Hornanteil = V0: „Magic-Spot“ Verhalten: #1, #5, #9 Pitch tiefer
 #3, #7, #11 Pitch höher
 notiertes „cis1“ und „d1“: liegen zwar tiefer als bei Trompete, allerdings ist „c1“ ebenfalls tiefer,
 was ein notwendiges Treiben c1, aber Fallenlassen von d1 und cis1 dadurch nicht „ausbügelt“.

Abschließend noch kurz die praktisch umgesetzte Idee des Verkürzungsventils aus den vorangegangenen Beispielen (V0-16):

Bb-C shortening Prototype, © Brassissima:



1. Prototyp meines Rotary-Maschinenstocks Bb mit V0-16cm **Verkürzungsventil** im Vergleich zu einem traditionellen Ventilstock. (Jeweils wechselbare Mundrohre, wechselbare Schallstücke). Das C-Ventil wird beim Prototypen über einen Trigger mit dem rechten Ringfinger bedient und mit einer Wasserklappe nach dem Ventil (am Tiefpunkt) ausgestattet.

Der **B/C-Ersatz** ist grundsätzlich durch einen herkömmlichen, aber modifizierten Stimmzug austauschbar. Die Grundstimmung erfolgt bei beiden Varianten immer über einen Kluppenzug /Teleskop am Mundrohr. (Vor- und Nachteile hiervon werden an anderer Stelle diskutiert).

Ein notiertes „cis1“ mit V0-16cm + V2 muß hier leger nach oben „getrieben“ werden, was aber in Einklang mit der Reststimmung der meisten Rotary Instrumente steht. Es kann alternativ auch weiterhin mit V123 gegriffen werden, detto V13 Mode #3 vs. V0-16 Mode #2!

Es muß betont werden, daß aus obiger Anordnung niemals eine gut spielbare und stimmende C-Trompete entstehen würde, sondern sich zusätzliche Möglichkeiten = „Hilfsgriffe“ zur Stimmung und Ansprache von Bb-Trompeten ergeben! Mit anderen Grundstimmungen gilt dies selbstsprechend genauso.

Man könnte es weiterspinnen, die verkürzte Länge mittels einem 5. Ventil weniger zu verkürzen oder zu verlängern (für cis1); ab einem sehr rasch erreichten Punkt überwiegen bei solchen Änderungen dann aber deren Nachteile (Gewicht, Slotting, „Fingering“, Bedienung, Kosten, technische Anfälligkeit, etc.)

Bei Bb-Flügelhörnern reicht die Restzylinderlänge nicht aus, um einen solchen Stock realisieren zu können!

Barocke Langtrompeten (in D) und Naturhörner wurden ohne Ventile (und Löcher) gebaut. Frühe Ventil-Orchestertrompeten in (tief) F u. Hörner wurden zuerst mit nur 2 Ventilen gebaut. (Halbton und Ganzton), waren also in der tiefen Lage noch nicht „vollchromatische Halbinstrumente“.

Im Zuge anderer Recherchen bin ich auf Informationen gestossen, daß französische Waldhörner auch in einer Konfiguration gebaut wurden, wo V1 und V2 vertiefen, ein zus. „V3“ aber ebenfalls 1 Ganzton erhöht!

Wir sind erst am Anfang und lange noch nicht fertig:

Die ungeraden Modes des geschlossenen Zylinder-Segments wirken sich je nach Hornanteil durchaus stark auf die resultierenden ungeraden Modes der Zylinder-Horn-Kombination aus.

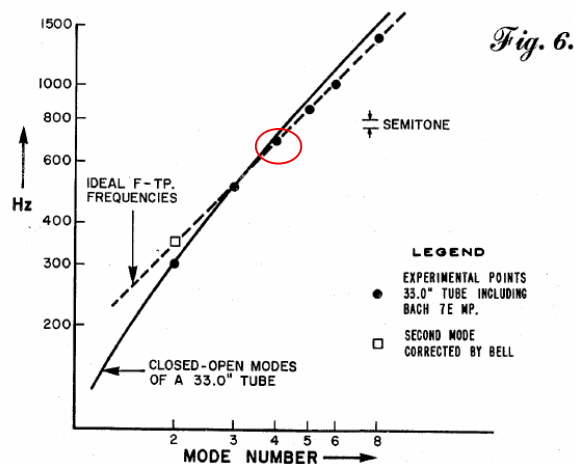
Bei engmensurierten Instrumenten könnte eine Änderung des Schallbecheranteils von 50% in Richtung 55% die Frequenz von Mode #3 bei V0 etwas anheben und das Mode-Mismatch somit etwas ausgleichen. Aber es fehlt ja noch ein Mundstück und Mundrohr, und dieses könnte bei engmensurierten Instrumenten anstelle des zylindrischen Anteils ja länger ausfallen und die notwendigen äquivalenten Zylinderlängen beeinflussen!

Es wird daher zu weiteren Mode-matching und anderen Effekten kommen. Diesmal nicht in der ~„Mitte“ des Instruments verursacht, sondern durch einseitige Änderungen am geschlossenen Beginn. Anstelle des Zylinders, wird das Instrument nun (mit Ausnahme des Mundstücks) verengt.

Es ist jetzt ein Punkt erreicht, wo ein Blick auf vorhandene Patente, Forschungen und Ideen einen Überblick schaffen kann, in welche Richtung ein Instrument mit Mundstück und eine Zylinder-Schallbecherkombination gezielt designed, komplettiert oder abgeändert werden kann.

Ideen und Patente:

Bell Design It. Cardwell Patent, ©1970:



~33 Zoll = 83,82cm (Hoch F-Trompete, **Stimmton Mode 4 = 698 Hz**, Mainbore 0,4375 inch = 11,1mm). Beide Achsen in seinem Diagramm sind logarithmisch dargestellt. Eine 45° Strecke repräsentiert die „ideale“ =Just Intonation/Reine Stimmung. Zus. entsprechen vertikale Abstände gleichen musikalischen Intervallen.

Schwarze Linie = closed Zyl. (CC) 83,82cm

Schwarze Punkte = Kombination MPC, MR + gewisse Länge zyl. Tubing, wo Frequ. Mode 2 gleich CC

Oberhalb der untersten Modes liegen Frequenzen der Kombination beinahe an der 45° Kurve die final gewünscht wird. Er lenkt ein, daß das nicht genau ist, aber er meint „musikalisch nicht signifikant“ und die Kombination MPC+Leadpipe+Mainbore liefert für die oberen Modes bereits eine sehr gute Abstimmung.

Cardwell beschreibt, daß üblicherweise ein Mundrohr „Transition“ verwendet wird, um vom kleineren Innendurchmesser des Mundstückes auf den Mainbore Durchmesser zu kommen. Dieses kann einige Zoll lang sein, und seine Funktion unterstützt signifikant das Mundstück beim Ändern der akustischen Längen. **Wenn daher ein Mundrohr verwendet wird, dann müssen die äquivalenten Längen des Mundstück in Kombination mit dem Mundrohr betrachtet werden und fließen in ein finales Schallbecher-Design mit ein.**

Cardwell nimmt Mundstück + nicht weiter kommentiertes Mundrohr und ein „langes“ zyl. Stück Mainbore-Tubing und wertet die Equiv. Längen aus. Es soll gezeigt werden, daß die tiefsten Frequenzen mit der Formel $f_n = (2n-1) * \text{Speed} / 4 * \text{Länge}$ übereinstimmen, aber nicht die physische Länge (+Endkorr.) verwendet werden kann, sondern:

Die akust. Länge = L. unflared tubing + (wirksame Länge von MPC Volumen / Dia zylindr. Mainbore)
 = Länge zyl. Rohr + wirksame Länge von (Vol MPC+Mundrohr) / Dia Main Bore

Oberhalb der tiefsten Modes nimmt die „wirksame Länge“ zu und die Res. Frequenzen werden durch Mundstück+Mundrohr zunehmend tiefer.

Er ändert die Länge des (MUND?) Rohres bis Mode 4-8 in guter Übereinstimmung sind. (Er führt aus, daß die tiefsten beiden Moden wesentlich zu tief sind und spez. Mode 2 mit einem Schallbecher über 1 Ganzton auf 349 Hz angehoben werden soll (Siehe obige Grafik).

Das kann mit einem Schallbecher erreicht werden, der die passenden Längenveränderungen bei tiefen Frequenzen bewirkt, aber bei höheren Moden möglichst konstant/monoton in etwa die selbe akustische Länge behält wie seine physische Länge.

Cardwell - 1-Segment Catenoidal Horn:

Geometrie und akustische Eigenschaften --> siehe Kapitel Katenoidhorn!

Katenoid Hörner übertragen Schall frequenzabhängig mit wesentlich höheren Phasengeschwindigkeiten als die normale Schallgeschwindigkeit in freier Luft, sie wirken für tiefere Moden somit akustisch kürzer. Schallwellen mit einer Kreiswellenzahl „k“ kleiner „m“ werden nicht übertragen! Katenoid Hörner haben wie auch Exponentialhörner eine konstante „Cut off“ Frequenz über die ganze Hornlänge, die vom Flarefaktor „m bzw h“ bestimmt wird. Umgekehrt definiert eine gewünschte „Cut-off“ Frequenz den Flarefaktor. Katenoid Hörner haben auch den Vorteil, daß sie ohne „Knick“ an zylindrische Rohre anschließen könnten.

Der **m Faktor** wird in Quellen unterschiedlich angegeben. Morse und Cardwell verwenden den „h“ Faktor wie hier dargestellt: Umso kleiner h ist, desto größer ist die Aufweitung und das große Ende. Andere Quellen nehmen für „m“ dessen Reziprokwert (z. B. *Fletcher Rossing – The Physics of Musical Instruments*), dadurch unterscheiden sich die Formeln in den Quellen. z. B. $D = D_0 \cdot (\cosh(x \cdot m))$, mit h als Reziprokwert

Um nun mit einem Schallbecher Mode 2 zu „verkürzen“/ erhöhen ohne die höheren Moden auch wesentlich zu ändern kann ein Teil des zylindrischen Rohres durch ein Katenoid Segment ersetzt werden, welches die notwendige kürzere akustische Länge bei dem (kombinierten) Mode 2 aufweist, aber bei höheren Moden die akustische Länge substanziell nicht mehr von der physischen Länge abweicht.

Man kann aber nicht erwarten, daß der nicht ersetzte Teil seine akustischen Eigenschaften beibehält. Es ist eine passende Phasenanpassung notwendig. Cardwell löst dieses „Phase matching“ für den 2. Mode so, daß er den Zylinder an der Stelle des Velocity Nodes = 2. und letzter Druckbauch Mode 2 mit gewünschter Frequ. = bei $L(s) - WL/4$ abtrennt und hier durch ein Katenoidhorn ersetzt, dessen 1. Mode (closed at small end = Druckbauch ...und open at large End) die erwartete (höhere) Frequenz der finalen kombinierten Lufssäule bei Mode 2 ergeben soll. Dies ist letztendlich die grundlegende Erfindung / Entdeckung.

Cardwell führt aus, daß es viele unterschiedliche Katenoidhörner (Flarefaktor / Cutoff Frequ.) mit dieser selben 1. Frequenz geben könne, aber nur eine davon zeigt ~ die gewünschten Eigenschaften bei den höheren Moden. Um die Diskussion klar zu halten verzichtet Cardwell bewusst auf Endlängen Effekte und beschreibt das in diesem Fall Mode 2 korrigierende Catenoid Segment folgendermaßen:

L(u) Länge MPC+MR + unflared Tubing für die beste Annäherung der höheren Moden (Mode 2 zu tief)
L(s) Länge MPC+MR+ kürzere Länge unflared, die bei Mode 2 die gewünschte Frequenz liefert

1/4WL von Mode2 wanted:

unflared tubing: 1. L(s) wird um diese Länge (beim letzten Druckbauch) nochmals gekürzt
Katenoid: 2. Das ist die Grundlänge für das Katenoid mit eL wanted 1/4 WL für Mode 1 des Katenoidsegments, (dies wird dann der kombinierte Mode 2 mit Phase Matching)
3. die Grundlänge des Katenoids wird nun noch um die Differenz L(u)-L(s) verlängert, dies gibt bei passendem h-Faktor die längeren equiv. WL für höhere Frequenzen ~ L(u).

Die Gesamtlänge des Horn-Segments sollte folglich betragen:

Segment = 1/4WL von Mode2 wanted + Tube L(u) - Tube L(shorter)
= wirksame Länge Katenoid Mode1 + Differenz für längere wirksame Länge bei höheren Moden

Und das Segment für sich sollte dann eine akustisch wirksame Länge bei der (finalen) Freq. haben:
akustisch wirksame L = L (Frequ.Mode2) = 1/4 WL von final Mode2 = hier 1. Mode

Wenn ein solches Segment ab der Position L(s) - 1/4WL Mode2 wanted den Zylinderteil ersetzt, dann muß die akustisch wirksame Länge L(s) bei Frequenz Mode2 liegen und bei höheren Moden sollte ~L(u) bleiben.

Bei der Hoch F-Trompete laut Patent (es ist keine Schallgeschwindigkeit angegeben):

Stimmton Mode 4= 698 Hz, Mode 2 soll somit bei $698\text{Hz}/2 = 349\text{ Hz}$ liegen. KT A1 E.T. wäre ~439,8 Hz
Speed 343m pro Sek. / Freq. Mode 2 wanted 349 Hz = Wellenlänge $0,9828\text{m} / 4 = 0,2457\text{m} = 1/4\text{WL}$
 $0,2457\text{m}$ wirksame Länge bei 349Hz / $0,3479\text{m}$ Länge Katenoidsegment = Längenfaktor ~0,70.. bei Mode 2

Wunsch-Freq Mode 2 = 349 Hz	WL Mode2/4 wanted:	9,6 Zoll = 0,2438m (2mm weniger)
(=Diff. für Mode 2 zu lang)	+ Differenz L(u)-L(s)	+4,1 Zoll = 0,1041m
Länge des Katenoid Segment Soll		= 13,7 Zoll = 0,3479m

Nachdem die gewünschte Frequenz von Mode 2 = 349 Hz und die notwendige Katenoidlänge = 0,3479m bekannt sind, kann die optimale Flare Konstante „h“ ermittelt werden, die bei f=349 Hz einen akustisch effektiven **Längenfaktor von hier 0,70xx ergibt** (Die ¼ WL von Mode2 =0,2435m)

Die Flarekonstante „h“ wurde von Cardwell **hier im Patent mit 8,7 Zoll = 22,1 cm =0,221 m** angegeben. Der Start Diameter =0,44“ =1,117 cm bei x=0 und der Enddurchmesser =1,22“ =3,1cm bei x=34,79cm

(Endkorrekturen / Kompromiß / Rundungsfehler?)

-> *Egal wie ich es anstelle, ich komme hier auf einen Enddurchmesser von max. ~2,8-2,9cm*

je nach verwendeter Schallgeschwindigkeit 340-345 m/sek, der Enddurchmesser wäre erst bei ~35-36cm ...

Die notwendige Formel lautet:

Wurzel aus $\{ 1 - [c / (2 * \pi * f * h)]^2 \}$ = Längenfaktor wobei f = Wunschfreq. Mode2

Wurzel aus $\{ 1 - [343 / (2 * 3,14 * 349 * 0,22)]^2 \}$ = gesuchter Sollwert = 0,70..

Länge äquivalenter closed-open Zylinder effektiv = Katenoidsegmentlänge * Längenfaktor = ¼ WL Mode2

Am Ende seines Patents kommt Cardwell zum Schluß, daß mit diesem Catenoid Segment, dem „Bell-Stem“ die Stimmung passend verändert wird, allerdings der Enddurchmesser nur 3,1cm beträgt. Der Stem sorgt für die Stimmung, **ein letzter Teil „Bell-Skirt“ oder „Schürze“ für „tonale Qualität“** und Ästhetik, soll aber die Stimmung der unteren 8 Moden nicht SIGNIFIKANT ändern.

An einer axialen Position, wo man möchte daß alle stehenden Wellen „beendet“ werden = das Ende des beschriebenen Catenoid-Segments, soll ein zusätzlicher, kurzer und stark ausschweifender Teil, dessen Flarerate **ein Vielfaches** ist, die Stimmung nicht verändern. (Eine Verringerung der Flare Konstante h).

Aus ästhetischen Gründen sollte der Ansatz (Tangente) verlaufend sein, die genaue math. Formel dafür spielt lt. Cardwell **vorerst** eine untergeordnete Rolle. Er schlägt vor, die Diameter Ordinate =Y-Achse des Stem-Profiles welche weiter läuft, mit einer Funktion **s** zu multiplizieren und gibt als Beispiel folgende Formel:

Bell „Skirt“: kleiner Radius * cosh^y(x / h) * s

$s = \exp \{ [A] * [\text{Wurzel} (1 + (B * w^2))] - 1 \}$ wobei **w** = axial coordinate in Zoll minus **13,7“ (Cutoff Pos.)**

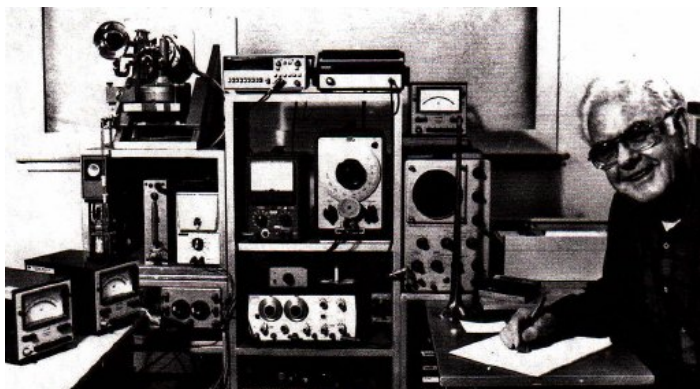
w = x Ende Katenoid – Länge Katenoid

wichtig ist **„nur“ eine Flare Rate mehrere Male höher**

mit Param. **A~2,5 Param. 1/B 1000 = Dia ~10cm nach ~1,5“ als gegenüber der Katenoid Section**

Abschließend geht Cardwell darauf ein, daß obwohl die ganze Trompete anhand eines repräsentativen Mundstückes konstruiert wird, es ebenso gut mit einem anderen Mundstück verwendet werden kann, sofern das Volumen und der Durchmesser der Seele vergleichbar sind, ebenso mit Mundrohren, die „ähnliche“ Konturen haben. Mundrohrkonturen finden bei Cardwell vorerst generell eine eher untergeordnete Rolle.

Betreffend Endkorrekturen des Katenoid Segments sagt Cardwell, daß diese gegenüber der unflared Tube natürlich unterschiedlich seien, aber er meint es macht keinen Sinn diese zu berechnen, die abschließende Schürze verändert diese wiederum. Die unbekanntenen Endkorrektur Differenzen seien klein und wären grundsätzlich unabhängig von der Frequenz, und diese Abweichungen von der „Grundstimmung“ könnten mit kleinen Korrekturen am Hauptstimmzug kompensiert werden, nachdem die Trompete gebaut wurde.



Bill Cardwell in seinem Labor und seinem „Salpingometer“. Cardwell ließ 2 dieser „Athena“ F Trompeten durch Domenick Callicchio bauen, (rechts) Herr Domenik Callicchio beim „Bell-brazing“ einer „Athena“.



Callicchio Athena F Trompete, (Tuning Bell), Skirt ist $\sim \frac{1}{2}$ so lang als der Enddurchmesser ($\sim 10\text{cm}$), Das Mundrohr, den Bildern nach konisch dürfte rund 14cm Länge haben.

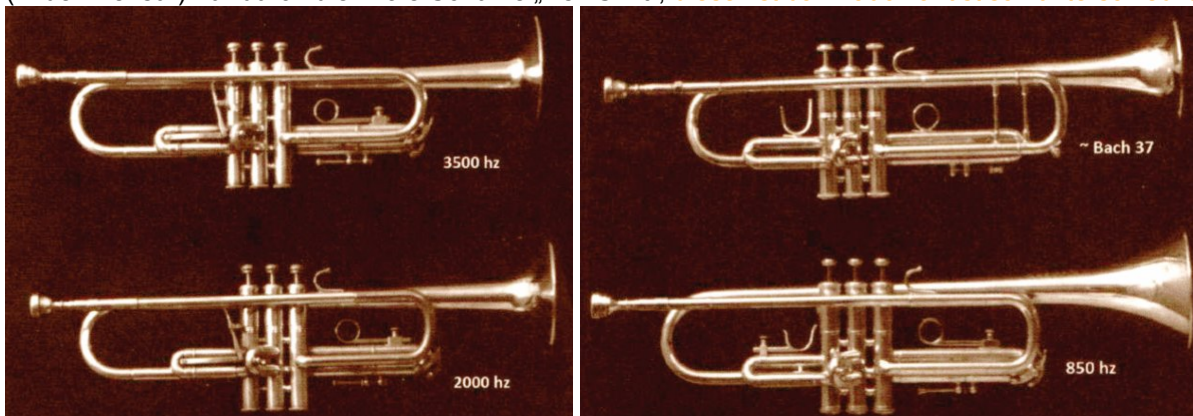
Spätere Stadien von Cardwells Entdeckungen bezüglich Katenoidal Segment:

Cardwell entdeckt letztendlich unter anderem, daß wenn das Lippenfleisch des Bläusers beim Volumen des Mundstückkessels berücksichtigt würde, seine Theorie auch auf die „Bell-Stems“ der Vincent Bach 37 Schallbecher (---> bzw. kodierte French Bessons) übertragen eine \sim gute Übereinstimmung haben.

Hinweis: -> Die French Besson dient allgemein als Richtschnur für die Mensur „moderner“ Trompeten mit Perinet-Ventilen im angloamerikanischen Raum, hiervon gab es aber auch verschiedene Modelle.

Daraufhin wurden auch Schallbecher mit unterschiedlichen „Schürzen“ gebaut, die (von mir nicht überprüft) **intonationsmäßig eng zusammenliegen sollen**, klanglich aber um Welten verschieden sind. Es fehlen dazu Impedanzmagnituden, etc. der verglichenen Kombinationen.

Bb-Trompeten mit dem Cardwell 1-Segment Katenoid Stem, alle 4 gezeigten Modelle unterscheiden sich (in der Mensur) nur durch die finale Schürze/„Bell-Skirt“, **diese ist dann auch akustisch unterschiedlich lang!**



vermarktet als F.E. Olds, CHR (custom high range), und Reynolds ERA (Extended Range Altissimo)
Darunter ein Skirt ähnlich D Trp. (~ 2000 Hz Cutoff)

oben: Bell Skirt like French Besson/ Bach37
unten: Skirt ähnlich einer Martin, sehr dunkler Ton, **äußerst** niedrige Cutoff-Frequenz

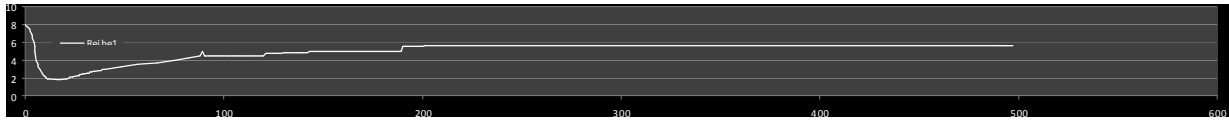
Meine Versuche, die Cardwell-Methode nachzuvollziehen:

Teil 3 meiner Arbeit befasst sich mit der Simulation einer Drehventiltrompete in Bb. Hierzu wurde das bereits gezeigte Mundstück Warburton 8M9 und das Mundrohr vermessen. Das verwendete Mundstück hat eine Länge von 88mm und das besagte Mundrohr 112mm mit einem Enddurchmesser von 11mm. Dieses Mundrohr wurde nicht für diese F-Trompete optimiert. Mouthpiece Gap = 1mm.

Für die Versuche verwende ich wieder das A.R.T. (Acoustical Research Toolkit), Loss-Faktor 1,1 23° Celsius.

Es wird zuerst das Mundstück, Mundrohr und ein zylindrischer Teil mit 11,17mm (wie im Patent) simuliert. Die Gesamtlänge wird schrittweise so angenähert, bis der Stimmtone=Mode 4 eine Peakfrequenz von 700 Hz aufweist, die Grundstimmung wird mit $A1=442\text{Hz}$ festgelegt. Mode 4 wird später durch das Katenoidsegment noch etwas angehoben, das equal Tuning Soll wäre 701,6 Hz. EFP=Equiv. Fundamental Pitch wäre 175 Hz.

Danach wird die Abweichung von Mode 2 ermittelt und laut der Idee von Cardwell berechnet. Abschließend soll geklärt werden, wie der abschließende und zusätzliche „Skirt“ das Gesamtinstrument beeinflusst.



Das Bore – Profil, Radius in mm Mundstück, Mundrohr, und ab 200mm die zyl. Bohrung zu Beginn..

Gefunden wurde eine Gesamtlänge von **0,853m** für Mode 4 = 699,8 Hz. EFP = **174,95** Hz
 Mode 2 hat bei dieser Länge eine Frequenz von **320,5** Hz und EFP = **160,27** HZ
 D.h. ist um den Faktor 1,09 gegenüber Mode 4 zu tief, = **-156 Cent E.T.**
 Versuch: Länge 0,853m / 1,09 = 0,783m gibt 349,7 Hz und EFP = 174,85 Hz, *lasse ich.*

D. h. L(u) = 0,853m L(s) = **0,783m** Differenz L(u)-L(s) = 0,07 m
 ¼ Wellenlänge von Mode 2 mit Wunschfrequenz 350 Hz = (Speed/Freq)/4 = (343/350)/4 = 0,245 m

Das Mundstück+Mundrohr+Rohr muß am letzten Druckbauch von Mode 2 enden = ¼ WL von Mode2 früher:

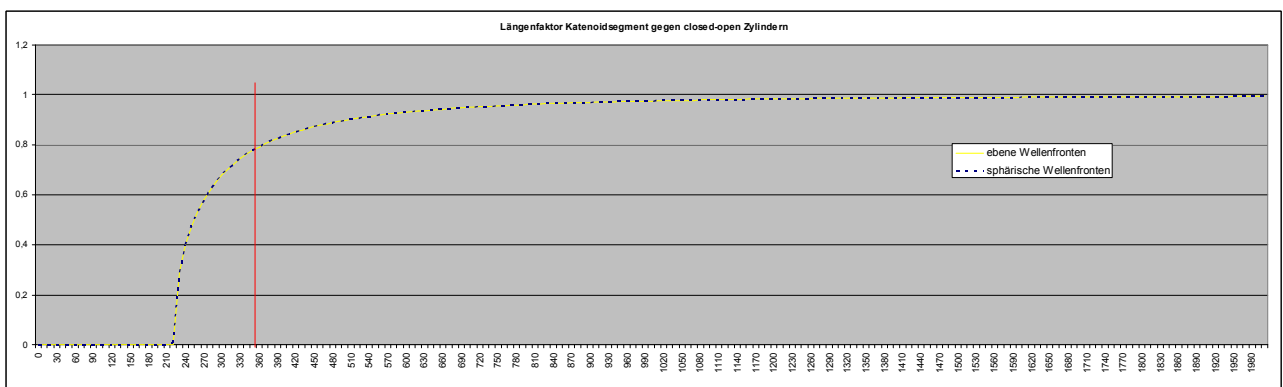
Neue MPC+Rohr Segment Länge L(s) = **0,783** – 0,245 = **0,538** m.
 -0,088 m Mundstück
 -0,112 m Mundrohr
 = 0,338 m zylindrische Restlänge

Das Katenoid Segment hat 1/4WL Mode2 Soll Grundlänge 0,245 m
 + Diff. L(u) – L(s) 0,070 m
 = Segment Gesamtlänge Soll: **0,315 m**

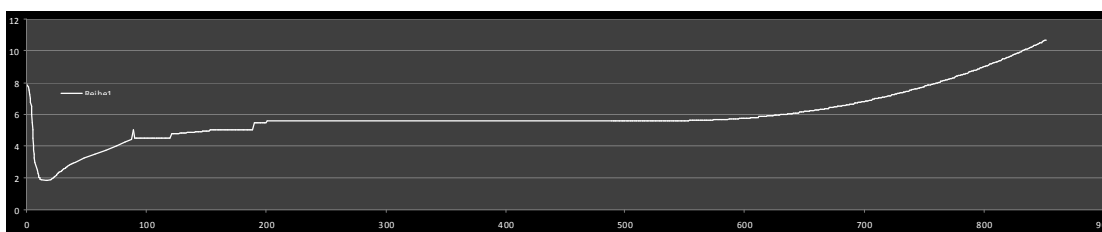
Die Gesamtlänge der beiden Segmente SOLL (ohne Skirt) **0,853 m**

0,245m wirksame Länge bei 350Hz / 0,315m Länge Katenoidsegment = Längenfaktor **0,777** bei Mode 2

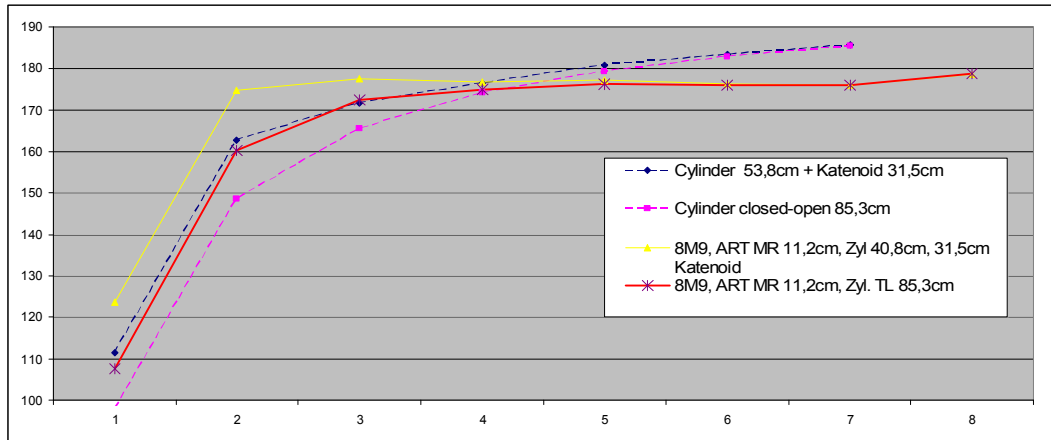
Wurzel aus $\{ 1 - [c / (2 * \pi * f * h)]^2 \}$ = Längenfaktor wobei f = Wunschfreq. Mode2
 Wurzel aus $\{ 1 - [343 / (2 * 3,14 * 350 * 0,2481)]^2 \}$ = gesuchter Sollwert = **0,7777** *1/h=m=4,03*



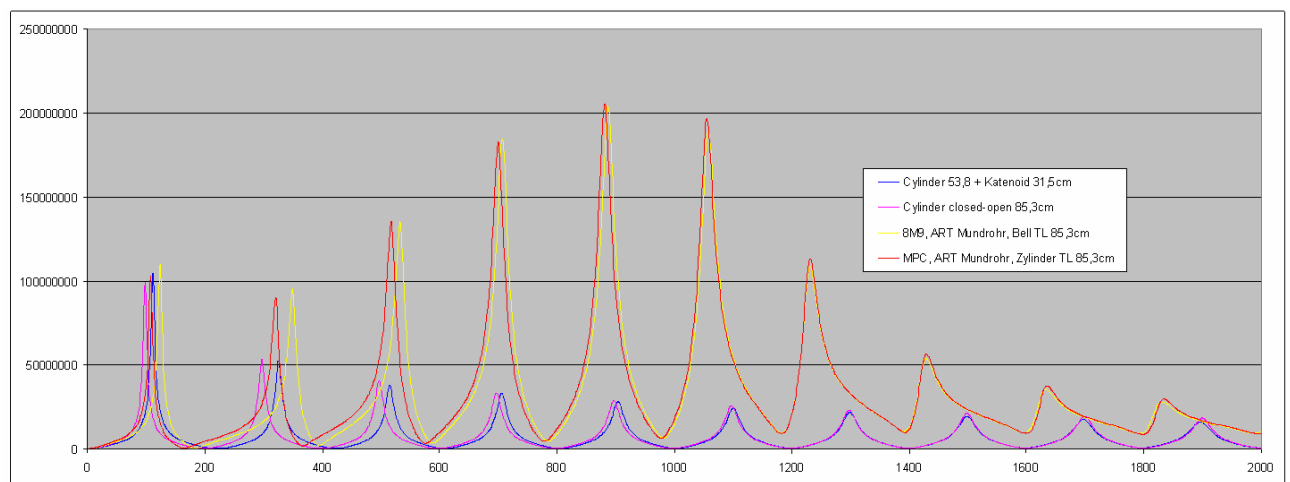
Äquiv. Längenfaktor des ermittelten Segments, es ist bei 350 Hz um 77% akustisch kürzer als ein Zylinder.



Das Bore–Profil, Radius in mm Mundstück, Mundrohr, zyl. Bohrung und Start bei 538mm Katenoidsegment
 Der „h“ Wert ist höher als der Wert im Patent, dh die Steigung ist geringer und der Enddurchmesser kleiner,
 ebenso ist die ermittelte notwendige Katenoid Segmentlänge kürzer. (Speziell Moden 3+8 sind durch die
 nicht alltägliche Mundrohrgeometrie - diese wurde bei diesem Versuch nicht angepasst - zu hoch).



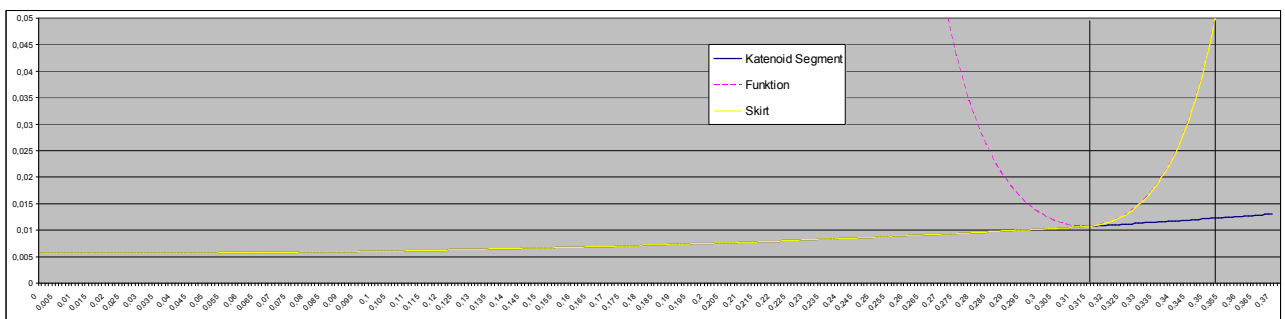
Das Ergebnis sieht gut aus, allerdings wurde Mode 4 mehr als erwartet angehoben (aber nur +13 Cent!): 706,9 Hz; EFP Mode 4: 176,7 Hz



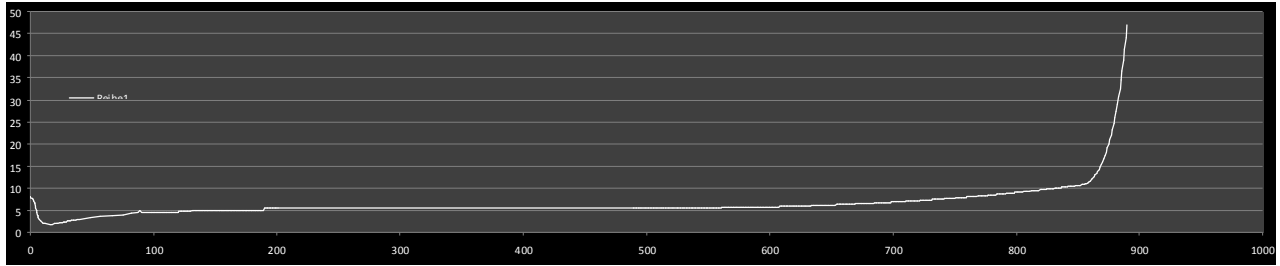
Die vergleichsweise sehr geringe Steigung führt dazu, daß bei den Peak Magnituden kaum Unterschiede zwischen dem Katenoid Segment und dem testweisen Zylinder sind. Die frequenzerhöhende Wirkung des Katenoidsegments reicht (stark abnehmend) cirka bis zur MPC Popping Frequenz, hier bei ca. Peak #5.

Die Steigung $F'(x)$ am letzten Punkt ist zurzeit $dy/dx = 0,043$, die Krümmung der Steigung $F''(x) = 0,173$
 $F''(x) / F(x) = U$ Hornfunktion = k^2 der Cutoff Frequenz = 16,24 $k=m=4,03$ und Cutoff Frequenz $F_c = 220$ Hz
 Die untere Cutoff-Frequenz liegt zwischen Mode 1 und 2; Mode 1 wird dadurch nur sehr wenig erhöht.
 -> dieser Mode #1 wird in jedem Fall geopfert; nicht weil problematisch; sondern weil unge(be)nutzt!

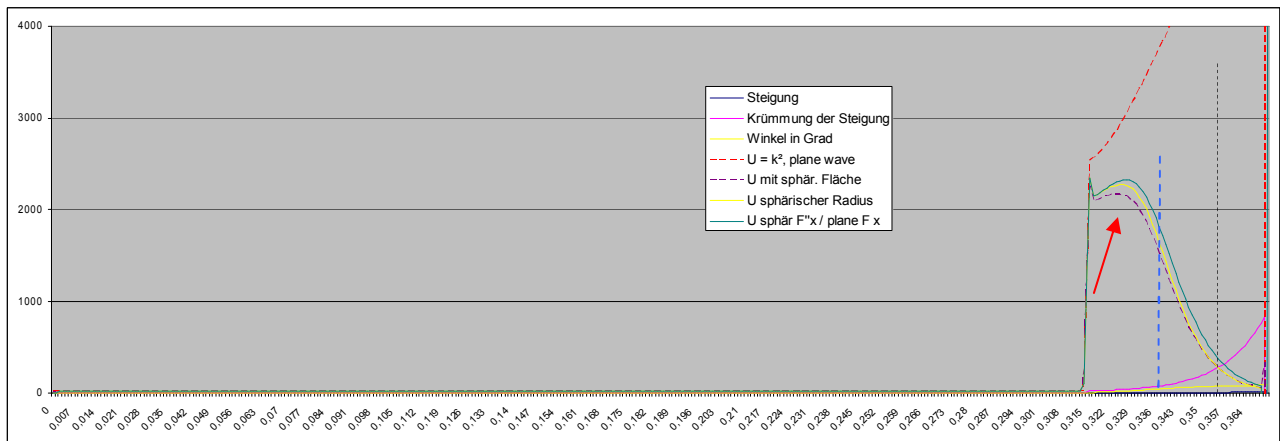
Es fehlt aber noch ein abschließender „Bell-Skirt“, **der Enddurchmesser beträgt aktuell nur 2,15cm** und der halbe Öffnungswinkel des Horns **nur 2,11 Grad**. Ich versuche, auf 10cm zu kommen: Die Durchmesser Differenz dazu ist aktuell 7,85 cm; Diff. Radius 3,9 cm. Die Öffnung sollte aus akustischen Gründen möglichst rasch, aus ästhetischen Gründen ev. etwas dezenter etwa innerhalb dieser beiden Längen stattfinden.



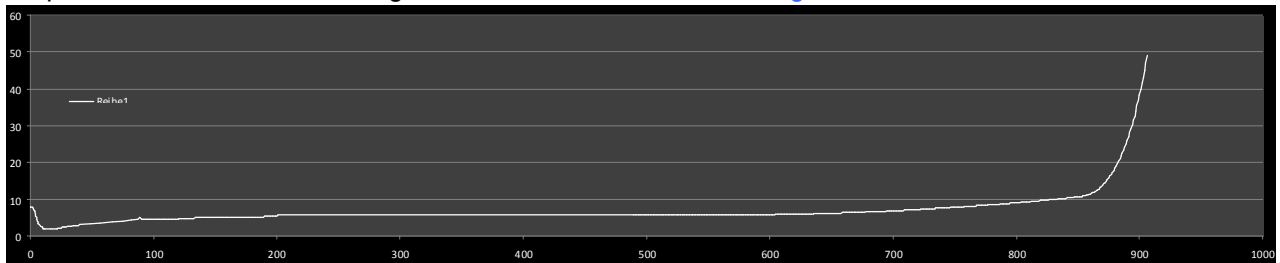
1. Versuch A: Skirt Länge 39mm, mit $A=2,4$ $1/B=1000$, obere Cutoff Frequenz ~2500 Hz



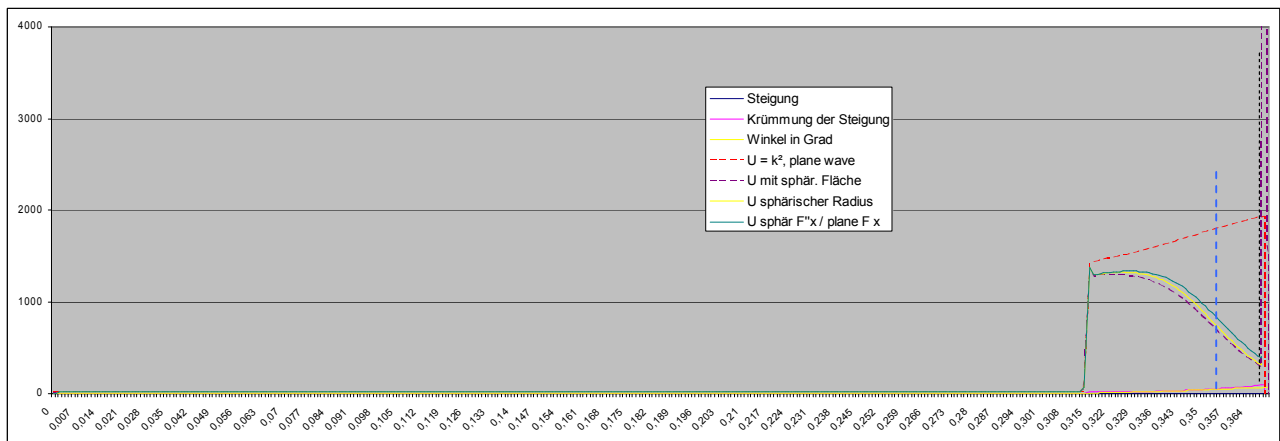
1. Versuch A: Skirt Länge 39mm, mit $A=2,4$ $1/B=1000$, Cutoff ~ 2500 Hz



Skirt Länge 39mm, mit $A=2,4$ $1/B=1000$, Cutoff ~ 2500 Hz Start Skirt bei 31,5cm, Ende Becher bei 35,4 cm Die fixe Hornfunktion des Katenoids mit $U=16,2$ macht einen gewaltigen Sprung auf > 2000 beim Skirt Start. Aber die Hornfunktion des Skirt scheint noch nicht optimal zu sein: der höchste Punkt ist nach dem Anstoss, die plane wave Hornfunktion steigt weiter stark an, **45 Grad Öffnungswinkel** ~ 24 mm nach dem Skirt-Start.

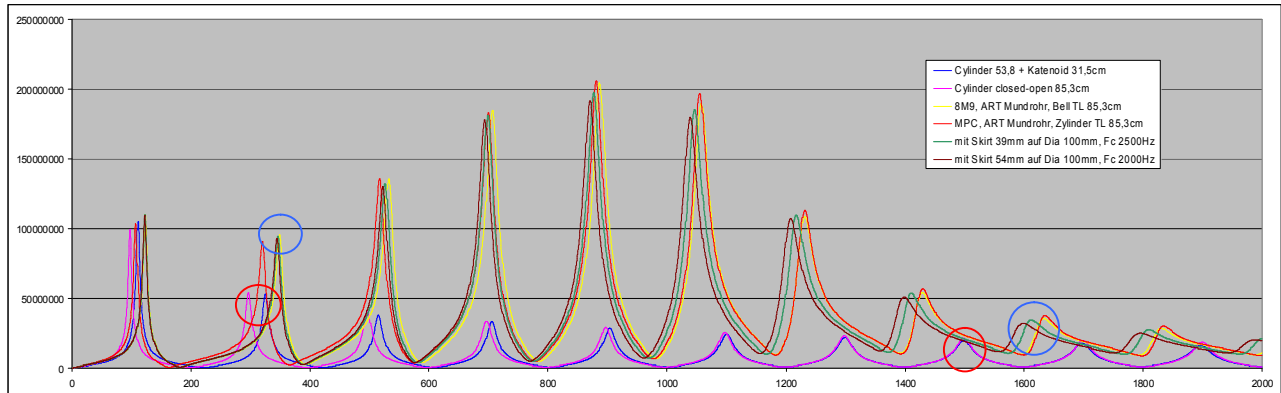


1. Versuch B: Skirt Länge 54mm, mit $A=1,4$ $1/B=1000$, Cutoff ~ 2000 Hz

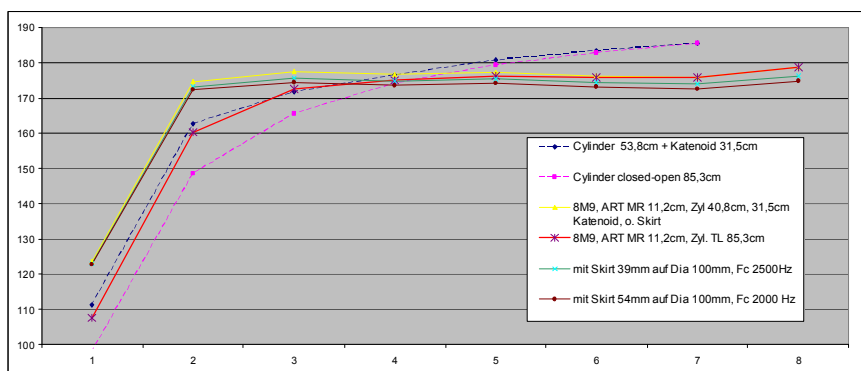


Skirt Länge 54mm, mit $A=1,4$ $1/B=1000$, Cutoff ~ 2000 Hz Start Skirt bei 31,5cm, Ende Becher bei 36,9 cm Die fixe Hornfunktion des Katenoids mit $U=16,2$ macht hier einen Sprung auf $\sim U = 1400$ beim Skirt Start. Die Cutoff Freq. ist auch hier oberhalb des Spielbereichs, steigt dezent, dh. die Krümmung der Steigung am Beginn könnte ev. etwas höher sein. **45 Grad nach 39mm Skirt Start**, also dort, wo der 39mm lange Skirt 70 Grad hat und zu Ende ist.

Schallbecher und Skirts – Grundlegende Ergebnisse vorab:



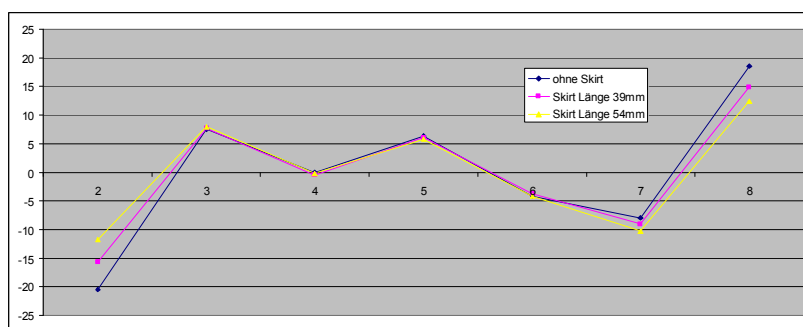
Mode 1 wird erwartungsgemäß kaum beeinflusst, Mode 2 nur gering; höhere Resonanzen liegen tiefer. Ziehharmonika Effekt: 1.: Hornsegment statt Zylinder: tiefe Modes ->> +Skirt: 2.: <<-- hohe Modes



EFP Equivalent Fundamental Pitch, Die Skirts machen das Instrument 3,9-5,4 cm länger, aber kaum tiefer! Faktor Länge 1,04 wären -68 Cent Faktor 1,06 wären -100 Cent Grundstimmung bei einem Zylinder! +Skirt 3,9 cm -14 Cent bei Mode 2; +Skirt 5,4cm -22 Cent bei Mode 2 gegenüber Mode 2 ohne Skirt. -19 Cent bei Mode 4; -31 Cent bei Mode 4 (~ 700 Hz) -23 Cent bei Mode 8; -37 Cent bei Mode 8 (~1400 Hz)

Die gemeinsame Grundstimmung fällt, durch das Skirt geringer, höhere Moden aber deutlich mehr.

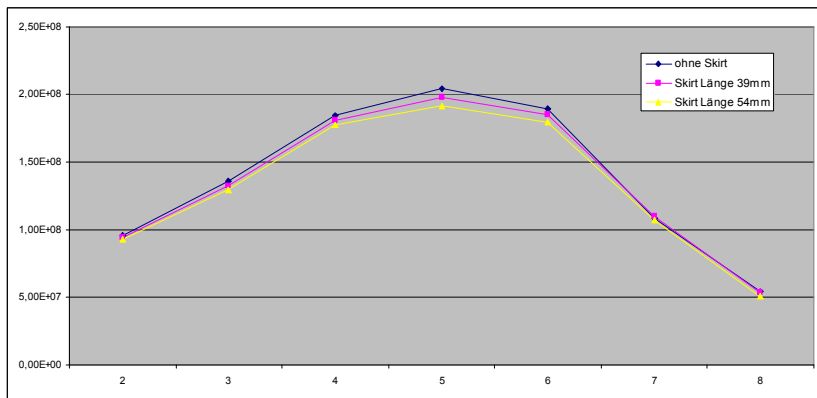
Ein Bell Skirt hat **grob** eine akustische Länge von **max. ~1/3** der Länge eines Zylinders (Startdurchmesser)!



Abweichung der Stimmung in Cent von einer jeweils gemeinsamen mittleren Stimmung EFP aus Moden 2-8 zeigt die Änderung der Inharmonizität durch das Bell Skirt.

Neben Mode 1 wird **Mode 2** durch das Skirt nicht wirklich in der Frequenz erhöht, er wird vergleichsweise am wenigsten vertieft. Das Gegenteil ist bei Mode 8 der Fall, dieser wird vergleichsweise am meisten vertieft.

Da die Hornfunktion einen Sprung macht, können die tatsächlichen Reflektionspunkte nur noch anhand der „Breite“ der Potentialbarriere vermutet werden. Spätere Reflektionspunkte und somit auch höhere Querschnittflächen (= effektive „Endkorrektur“) wirken sich auf höhere Moden monoton stärker aus. Ein längerer und „langsamerer“ Skirt drückt die Resonanzfrequenzen, die bei Trompeten- und Flügelhornmundstücken oberhalb der MPC Popp. Frequenz durch die MPC Equiv. Länge bereits zu tief liegen (hier ~ Mode 7) noch weiter nach unten.



Input Impedanz Magnituden: Ohne Skirt wird am meisten reflektiert, das längere und flachere Skirt reflektiert weniger spez. unter der Cutoff Frequenz im Spielbereich, es strahlt dagegen mehr ab, zudem muß es durch die längere Roundtriptime + Reibung zu etwas höheren Verlusten kommen.

Optimierungsversuche der Schallbecher Schürze:

Ein genauerer Blick auf die Funktion des Skirt zeigt, daß prinzipiell die Harmonizität am wenigsten beeinflusst würde, wenn das Skirt möglichst kurz wäre. Allerdings sollte die Krümmung speziell schon im Startbereich hoch sein aber dennoch ein nahtloser Übergang stattfinden. Am Ende sollte die Krümmung „durchhalten“!

Alle kurzen Besselhörner, als auch Exponentialhörner würden einen unschönen Knick verursachen, zudem verschiebt sich bei den Besselhörnern die Krümmung der Steigung zum großen Ende, dh. in diesem Fall das Gegenteil von dem, was ich suche. Wird für das Skirt aber wiederum ein Katenoidsegment verwendet, so ergibt das eine sehr gute Ausgangsbasis für Vergleiche.

Der notwendige Steigungsparameter m_{skirt} für das Katenoid-Skirt, dieses sollte zudem möglichst kurz sein:

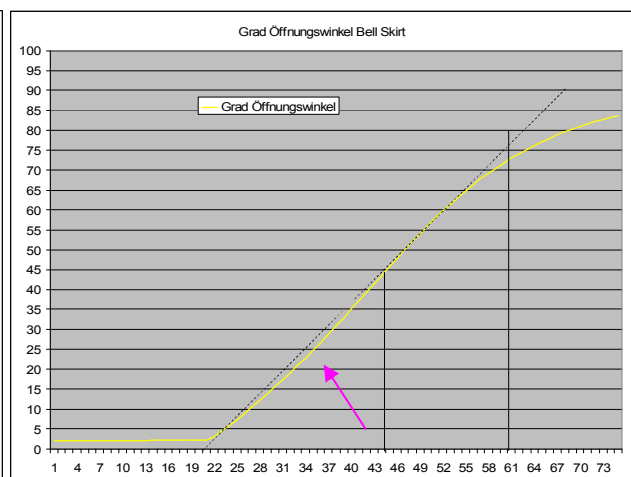
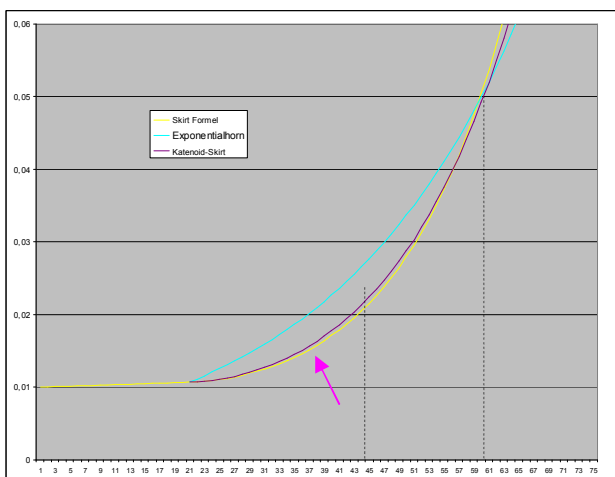
$$m_{skirt} = \left[\left\{ \ln \left[\left(\frac{1}{B} \right) + \sqrt{\left(\frac{1}{B^2} \right) - 1} \right] \right\} / L \right] - m \text{ (des weiterlaufenden) Katenoidsegment}$$

wobei: $1/B = \text{Endradius Skirt wanted} / \text{Endradius Katenoidsegment in m} = 0,05/0,01073=4,659$

Länge: Es soll geometrisch hier z.B. eine 45° Tangente abbilden, der Punkt wo 45° = 1/2 Hornöffnungswinkel erreicht werden, kann so gut beobachtet werden, speziell aber vorerst der Bereich davor!

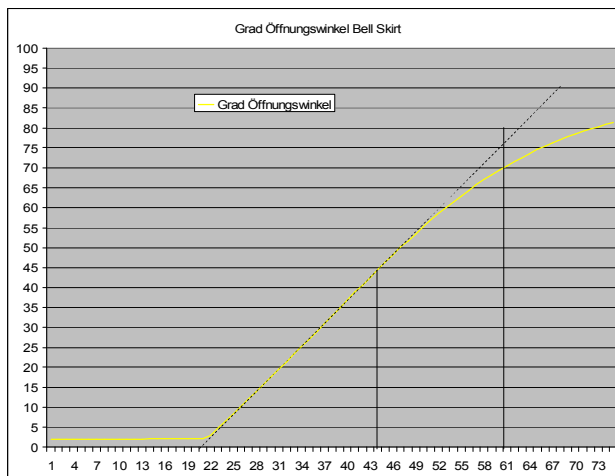
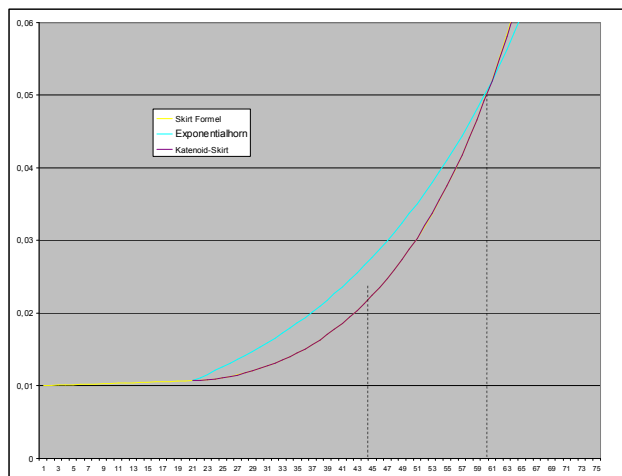
$$L \text{ Skirt mit } 45^\circ = \text{Differenz Endradius Skirt} - \text{Endradius Katenoid} = 0,05 - 0,0107 = 0,0392 \text{m}$$

Die Geometrie des Skirt: Radius Skirt = $\text{coshyp}(x_{skirt} * m_{skirt}) * \text{Radius weiterlaufendes Katenoidsegment}$.
 $m_{skirt} = 56,93 - m \text{ Katenoid } 4,03 = 52,901$ Dies garantiert eine nahtlose Fortführung der Steigung.



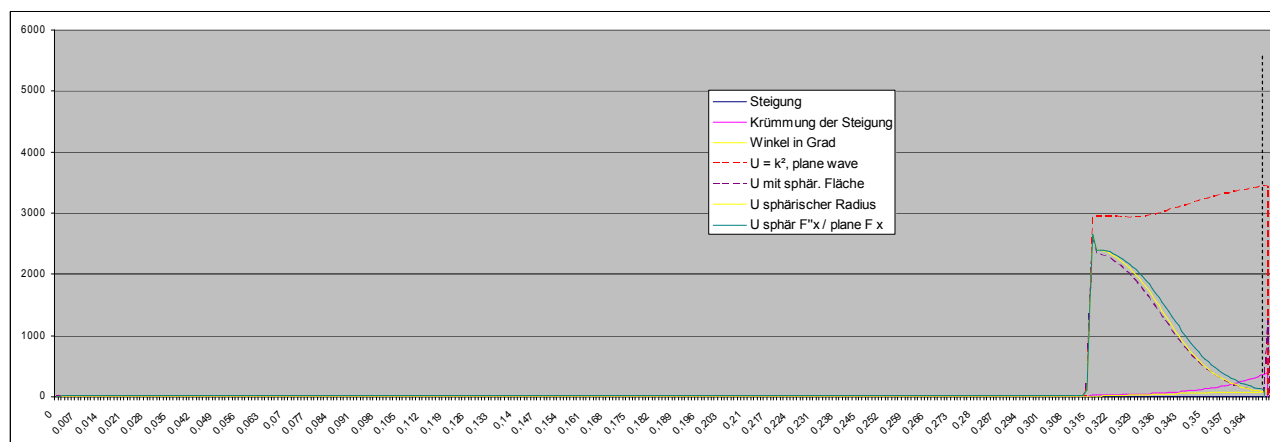
Versuch A Länge 39mm, A=2,4 1/B=1000; das Steigungspotential wurde nicht voll ausgenutzt. (S-Form)

Anhand der Bell Skirt Formel: kleiner Radius * $\text{coshyp}(x/h) * s$ können nun die Parameter A und 1/B schrittweise angenähert werden, bei denen das Katenoid-Skirt nahezu deckungsgleich ist.

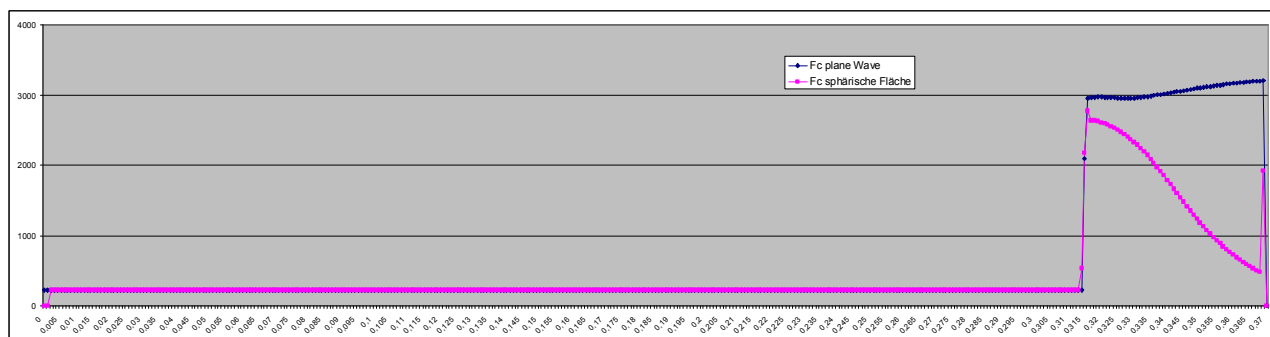


L 39mm, A = 1,2 1/B = 2400; Die Steigung zu Beginn ist nicht maximiert, aber vorerst „fix definiert“ und deckungsgleich mit Katenoid-Skirt. *Hellbau: ein Exponentialsegment inklusive „Knick“ für Vergleichszwecke* Der 45° Winkel ist nun nach 23mm Skirt-Start gegenüber 24mm beim Versuch A = Differenz ist minimal.

Ergebnis: (nicht bebildert): Es gibt praktisch keinen Unterschied in Pitch, wenn die exakte Katenoidform gewählt wird, oder wenn der Skirt am Beginn gering flacher (S-Form) oder steiler (Z-Form) als das Katenoid verläuft. (Für Z wurden die Parameter mit A= 0,72 und 1/B 5000 gewählt). Die Magnituden sind bei steilerem Beginn gegenüber der Katenoidform allerdings ab einer „Cutoff Frequ.“ immer etwas niedriger, dh. die maximale Hornfunktion – hier immer oberhalb des Spielbereichs ist zwar höher, dafür aber weniger „breit“ und fällt schneller ab.



Hornfunktion Katenoid-Skirt mit Länge 39mm, der höchste Punkt ist beinahe an die Schnittstelle gewandert.



Detto, Cut-off Frequenz und Hornbarriere, diese ist nun im „optimierten“ Zustand etwas höher

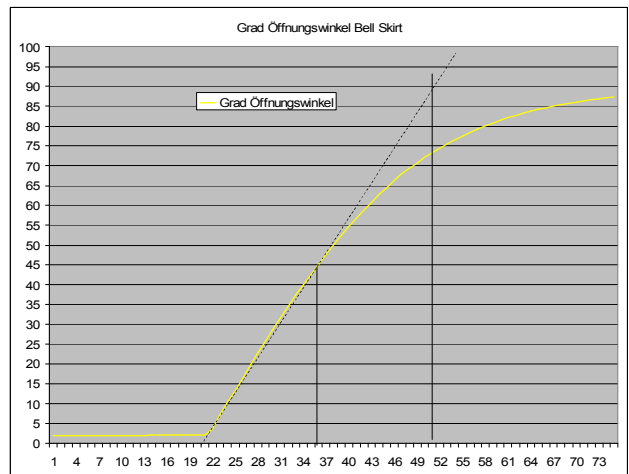
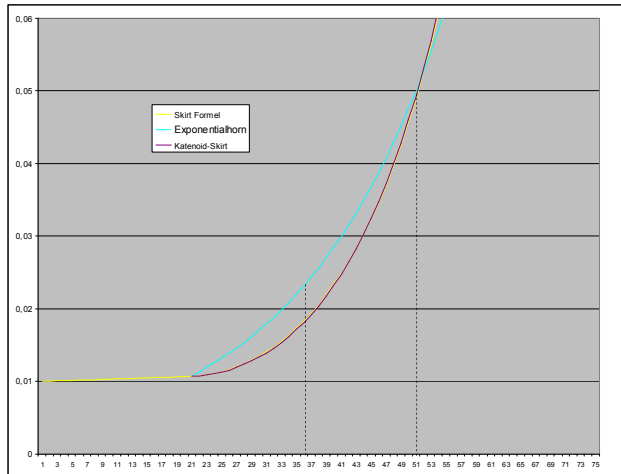
Ich kann nun das Parameter-Skirt bzw. das Parameter-Horn gegenüber Katenoid erklären:

Mit passenden Parametern 1/B + A können Katenoid Hornsegmente nachgebildet werden. Diese können anhand grafischer Vergleiche relativ rasch mit hinreichender Genauigkeit gefunden werden =Referenz.

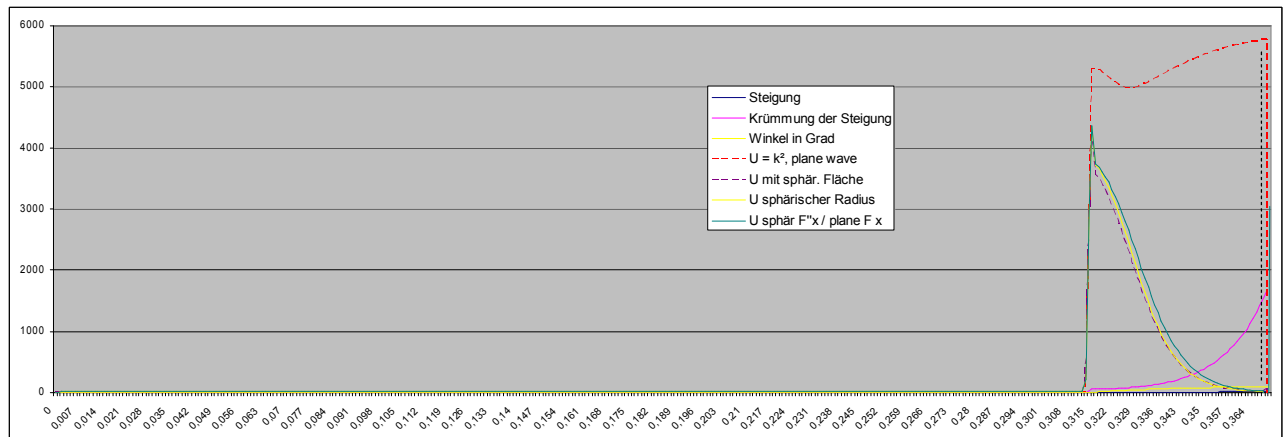
Differenz Parameter 1/B bestimmt wie stark die Krümmung der Steigung an den Beginn versetzt wird,

Differenz Parameter A bestimmt wie groß der Enddurchmesser ausfällt, dieser ist ~willkürlich gewählt.

Weitere Versuche - kürzeres Skirt:

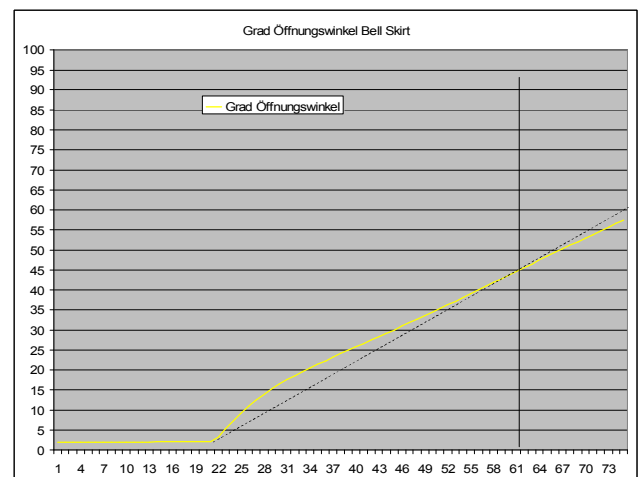
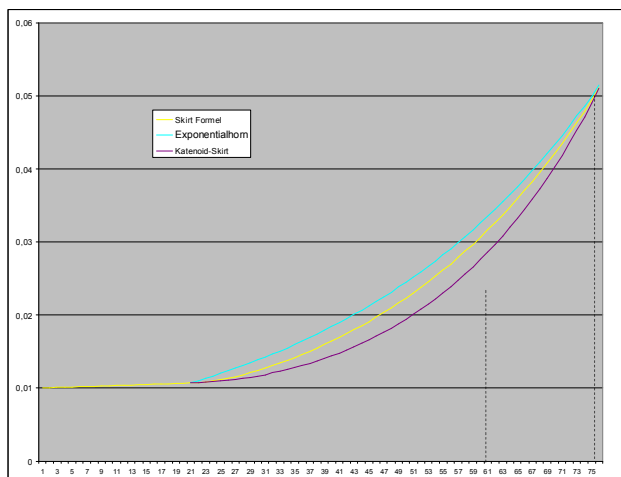


Kürzeres Skirt: nur 30mm Länge, Form Katenoid, $A = 1,05 \ 1/B = 5000$, 45° Winkel nun schon nach 15mm.

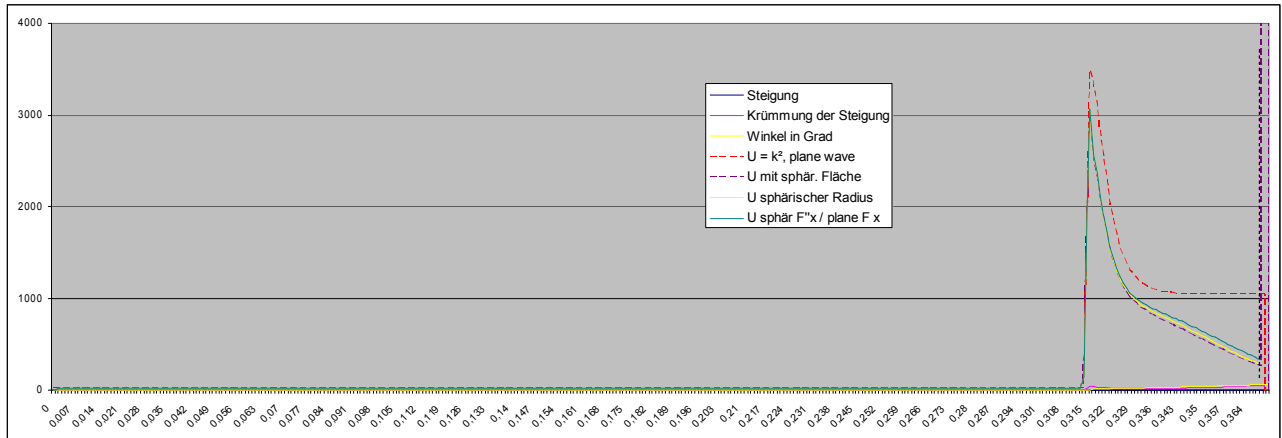


Extrem hohe Cutoff, bleibt aber „breit“. Dieser Becher wäre schon oberhalb eines Limits, strahlt zu wenig ab.

Langer Skirt, aber mit beinahe maximaler Steigung an den Start verschoben:



Skirt Länge 54mm, nun mit einem möglichst hohen Startwinkel, gegenüber Versuch B, $A=0,235 \ 1/B=15000$
Das Hornprofil nähert sich der Exponentialform an, ohne daß es zu Beginn zu einem „Knick“ kommt.
 Der Öffnungswinkel nach 3mm ist hier höher als beim 39mm Skirt Katenoid, nach ~7mm ca. gleich (15°).
 45° Grad erst nach 39mm Skirt Start, also dort, wo der 39mm lange Skirt 70° Grad hatte und zu Ende war.
 Dieser ist an selber Position wie beim gleich langen Katenoid-Skirt.

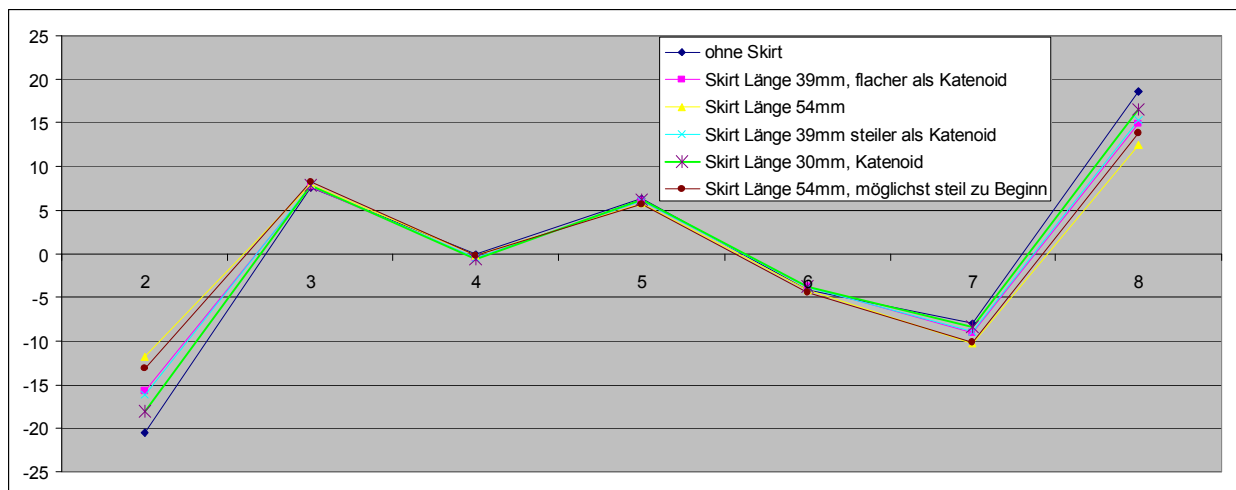
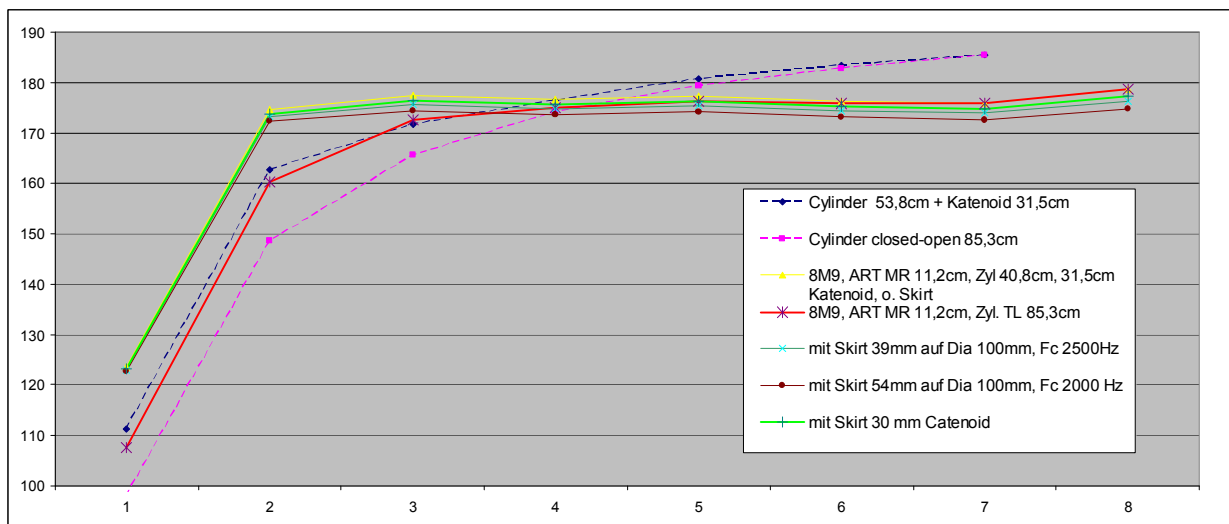


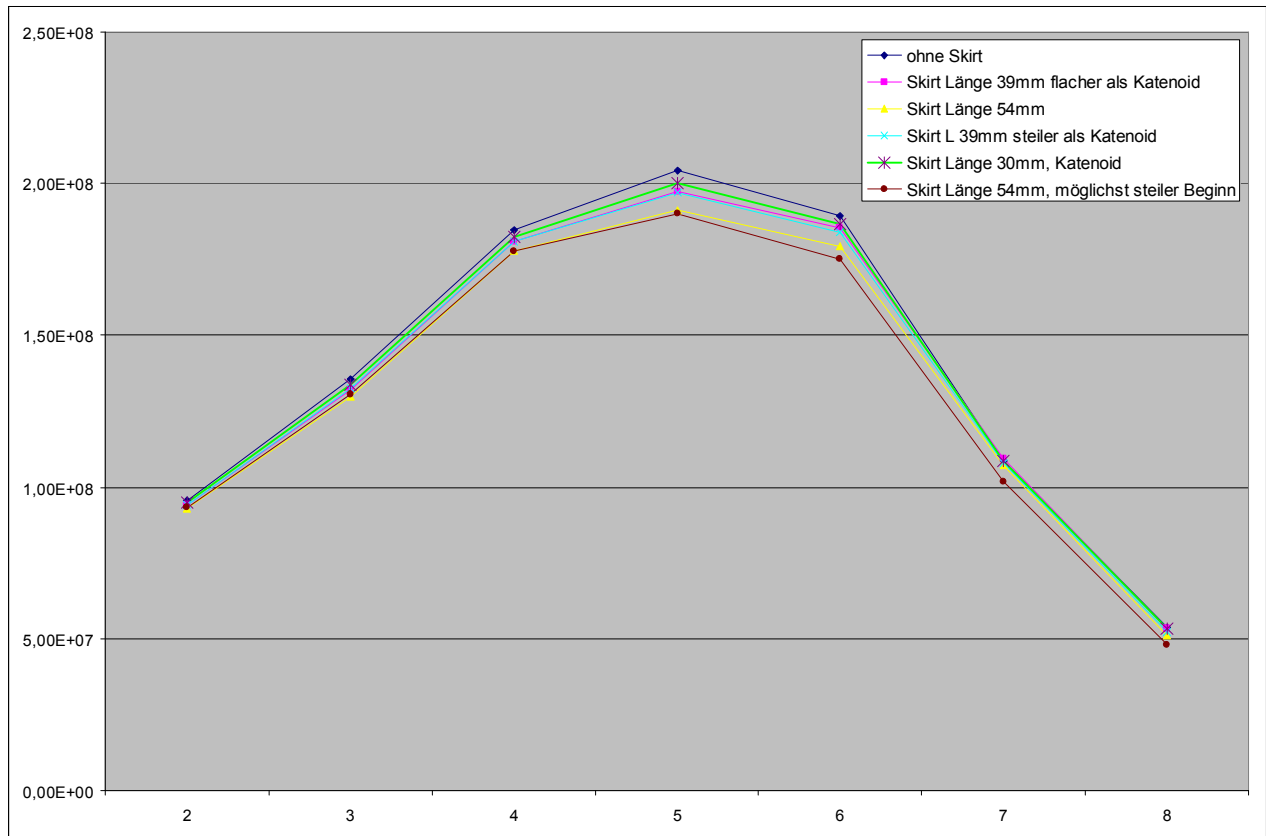
Annäherung an Exponential-Horn = Transmission Coefficient steigt = hohes Abstrahlpotential
 Die Plane Wavefront Rechnung zeigt eine 2. beinahe konstante Hornfunktion U ~1100 und cutoff ~ 1760 Hz.

Sehr hohe Cutoff Frequ, die Barriere ist aber sehr schmal und fällt rasch, niedrigere Impedanzmagnituden >1000 Hz. Der Schallbecher ist am Ende bereits zu wenig ausladend, die Krümmung der Steigung ist in den letzten 2/3 zu gering. Die Cutoff Potential fällt stark. Dieses Skirt würde sehr viel Energie abstrahlen, weniger reflektieren, die Stimmung wird nur geringfügig weniger beeinflusst als beim gleich langen Katenoid-Skirt.

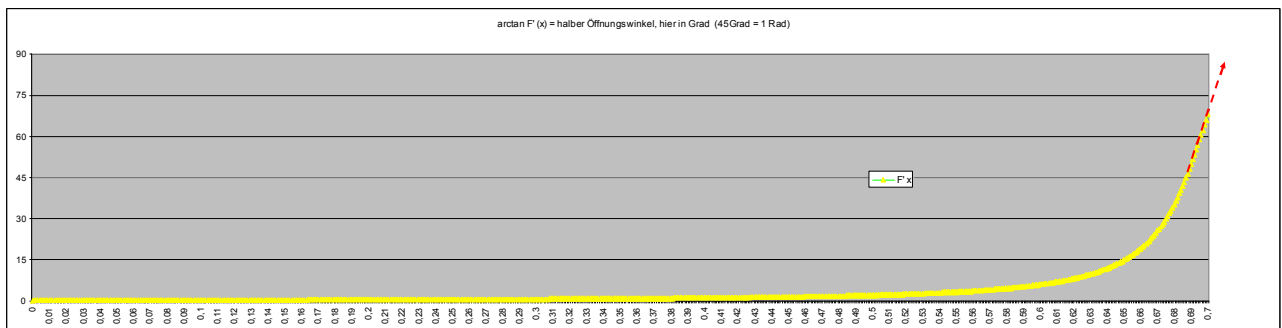
Auch hier zeigt sich: wird die Krümmung stärker an den Skirtbeginn verschoben, dann höhere aber wesentlich schmalere Barriere, höhere Frequenzen durchdringen diese leichter, geringere Impedanzmaxima.

Die Ergebnisse der vorangehenden Versuche:





Nun der Abschnitt, wo die Steigung nach der 45° Beobachtungsstelle betrachtet wird:



Besselhorn: Abgebildet ist der Öffnungswinkel der Steigung $F'(x)$ in Grad, nicht das Hornprofil $F(x)$!

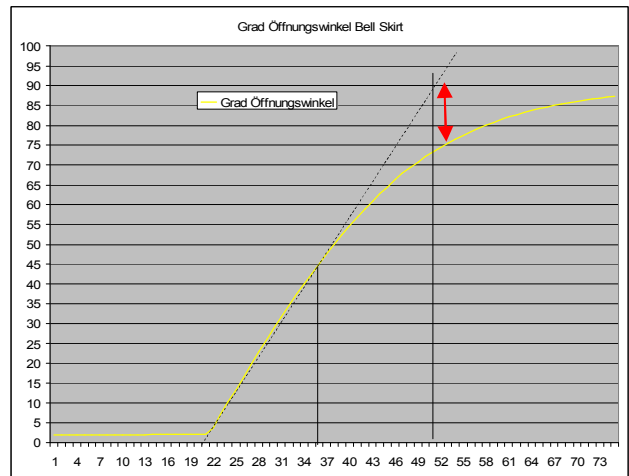
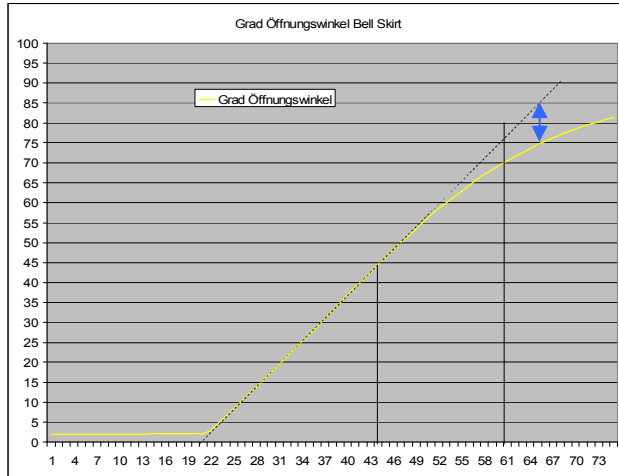
Besselhorn $m_{0,7}$, Länge 0,7m $90^\circ \frac{1}{2}$ Hornöffnungswinkel sind je Flarefaktor: Flare klein=früher, groß=später erreicht, jeweils nach phys. Ende. Detto alle anderen Öffnungswinkel vor dem Ende, ebenso der 45° Punkt.

Besselhörner haben - unabhängig vom Flarefaktor – ca. schon vor diesem Punkt an in Richtung offenes Ende ein ziemlich lineares Ansteigen der Öffnungswinkel-Kurve. (U-Peak max. liegt kurz vor max. Kurvatur)

Es ist hier beim Besselhorn ca. der höchste Punkt der Hornfunktion und seiner globalen oberen Cut-Off Frequenz. Bei den Katenoid-Skirts (Hörnern) und auch beim Parameter-Skirt (Horn) fällt diese Kurve aber ab, und zwar umso stärker, je kürzer das Skirt (Horn) ist.

D.h. Katenoidhörner haben bis kurz nach diesem Punkt einen linear anwachsenden Öffnungswinkel, Besselhörner haben diesen erst vor diesem Punkt, dann aber über das physische Hornende hinaus.

Ein **Super-Skirt** beschreibt daher die gemeinsamen Effekte, diese liegen über einem notwendigen Niveau.

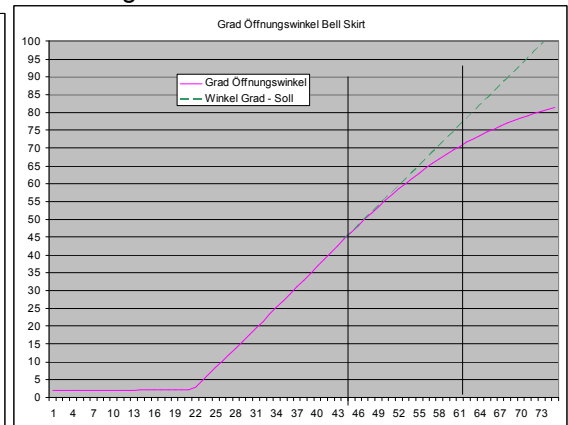
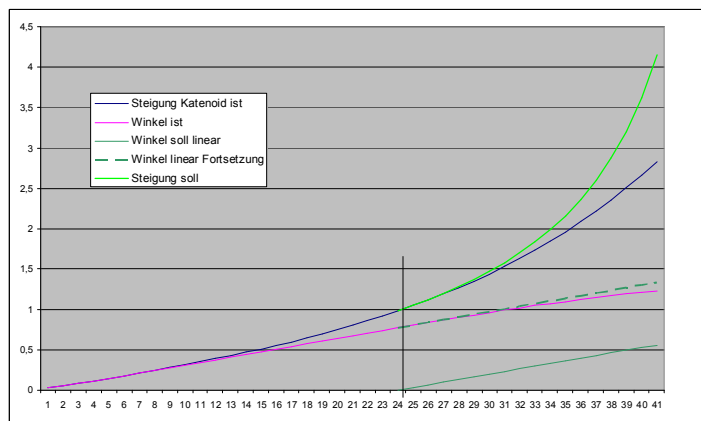


links: Länge 39mm Katenoid-Skirt, rechts: 30mm Katenoid Skirt; 45 Grad Pos.+Skirt Enden sind vermerkt.

Sind diese Bereiche nach der Cutoff Position bzw. den effektiven Reflexionspunkten bzw. letzten Druckknoten eines Resonanzmodes, dann sollte das für die Frequenz dieses Resonanz quasi keine oder kaum Auswirkung zeigen (siehe Mode 1 und Mode 2). Mode 3-6 wurden monoton aber etwas mehr vertieft, Mode 7-8 und aufwärts am stärksten. Würde eine Abänderung der Hornkontur = gradual immer mehr höhere Krümmung der Steigung in diesem Bereich die höchsten Resonanzen weniger vertiefen? --> Nein!

Versuch: Das Katenoid-Skirt wird so manipuliert, daß es bis ~45° Öffnungswinkel seine Form behält, danach aber wie beim Besselhorn der Winkel der Steigung - „linear“ = bedeutet eine höhere Krümmung der Steigung - anwachsen soll. Genauso könnte aber auch ein anderer Winkel früher/später genommen werden.

Versuch: Die Längendifferenz von Stop-zu Start Radius = 39 mm, der notwendige Flarefaktor $m = 56,932$ Beim Katenoid-Skirt mit Länge 39mm sind 45 Grad halber Hornöffnungswinkel nach ~ 23mm erreicht.



Rosa: Winkel in Radiant u. Grad mit Katenoid-Form, wächst am Ende nicht mehr linear an. Grün: Super-Skirt

Die Berechnungsschritte für eine Geometrie von „Super-Skirts“, © brassissima:

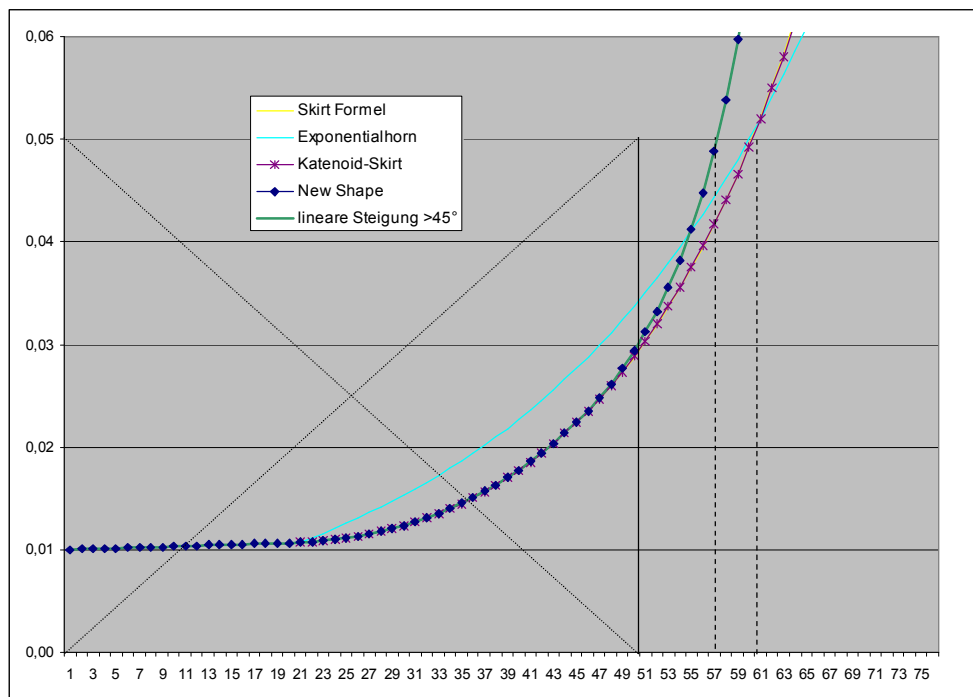
$45 \text{ Grad} = \text{Grad}(\arctan F'x) \text{ } 0,78539 \text{ Winkel} = \tan(\arctan F'x) = 1,0 \text{ Steigung } F'(x) \text{ im Bogenmaß bei } x.$

Das Skirthorn wurde vorab berechnet, IST Winkel und IST Steigung in Radiant / Bogenmass sind bekannt. Gesucht sind: Soll Öffnungswinkel, -> daraus Soll Steigung und -> daraus Soll Querschnitt (Radius in m)

An oder nahe der Stelle mit 45 Grad wird die mittlere Steigung des Öffnungswinkels an dieser Position ~0,78 mit der zentr. Differenzenrechnung bestimmt. $x_0 \text{ IST} = dy/dx = F'(x) = m$ die Flarekonstante pro 1 Meter = ~32,8 dx ist hier 1mm = 0,001m -> $32,8/1000 = \text{lineare Steigung pro 1mm} = 0,0328.$

Steigung bedeutet: 1 Punkt -> $x+1$ sind $y(x) + 0,0328 \text{mm}$ =eine lineare Tangentengerade mit Start bei IST x_0 wird liegen bei: $xn * 0,0328$ mit $n = 0,1,2,3,4..$ Das gibt die SOLL Öffnungswinkel in Radiant (=arctan)

Die notwendige SOLL Steigung ergibt sich aus $F'(x) = \text{TAN}(\text{SOLL Öffnungswinkel in Radiant})$
 SOLL Steigung / IST Steigung gibt den Faktor der notwendigen Änderung des Querschnittes
 IST Radius*Faktor ergibt den neuen Radius des „Super-Skirts“ mit linear steigendem Öffnungswinkel = $F(x)$



Grün: Die Super-Skirt-Kontur wirkt ästhetischer, bei selbem Enddurchmesser nun 3,9mm kürzer.

Ergebnis: Resonanzfrequenzen und Input-Impedanz-Magnituden sind so gut wie überhaupt nicht verändert! D. h. Alle Reflektionspunkte unterhalb F_c liegen bereits vor dem 45° Beobachtungspunkt. Wenn das Horn oberhalb eines 45° Grad Öffnungswinkels offensichtlich nur noch „Zierde“ ist, könnte man es zudem kürzer oder länger gestalten, ohne daß Resonanzfrequenzen und Input Peak Magnituden sich verändern? --> Ja!

Hat das Skirt bereits vor der 45° Position den linearen Anstieg – und das ist bei der Katenoidform der Fall, so könnte es sogar noch viel früher ohne jede akustische Änderung innerhalb des Horns gekürzt werden!

Es bleibt eine „Rest-Änderung“ der Resonanzen durch die notwendige, (starke) Start-Krümmung des Skirts.

Ergebnisse mit dem „Super-Skirt“ anhand der vorangehenden Versuche:

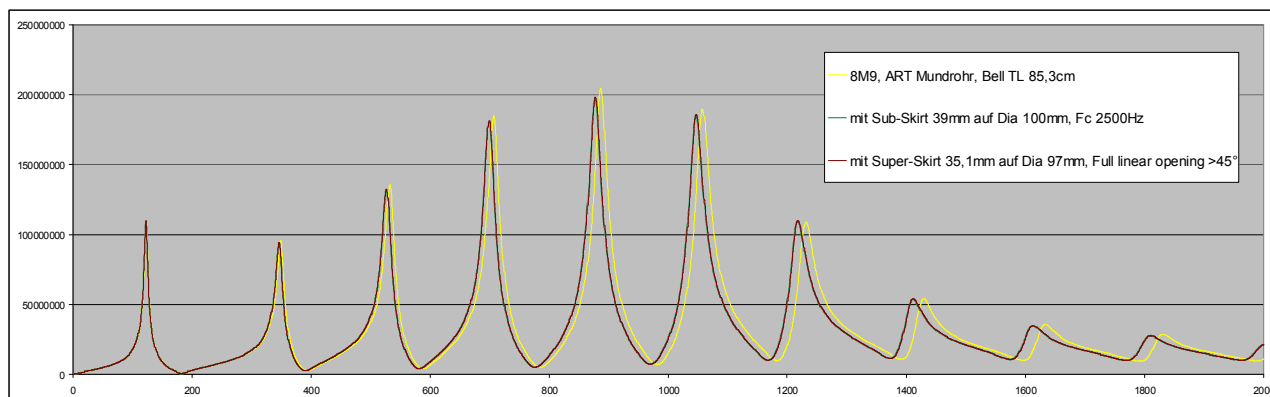
Skirts oberhalb von Super-Skirts:	haben Ihre Funktion verloren (Sousaphone-> „Regensammler“) -> nicht aber bei Waldhörnern, die Hand im Becher nicht vergessen!	
Super-Skirt:	bedeutet gegenüber	eine erhöhte Krümmung der Steigung am Ende Katenoid-Hörnern nach der max. Hornfunktion
Sub-Skirt:	gegenüber	eine verminderte Krümmung der Steigung Bessel-Hörnern nach der max. Hornfunktion.
Skirts unterhalb von Sub-Skirts:	nähern sich der Exponential – Form, strahlen stark ab, sind in hohen/höchsten Lagen viel schwieriger zu blasen, das will man bei hohem Blech nicht, bei Basstuba aber egal.	

Ab der Untergrenze=Sub-Skirt bis zur Obergrenze=Super-Skirt ergibt sich die maximale Funktion der Skirts:

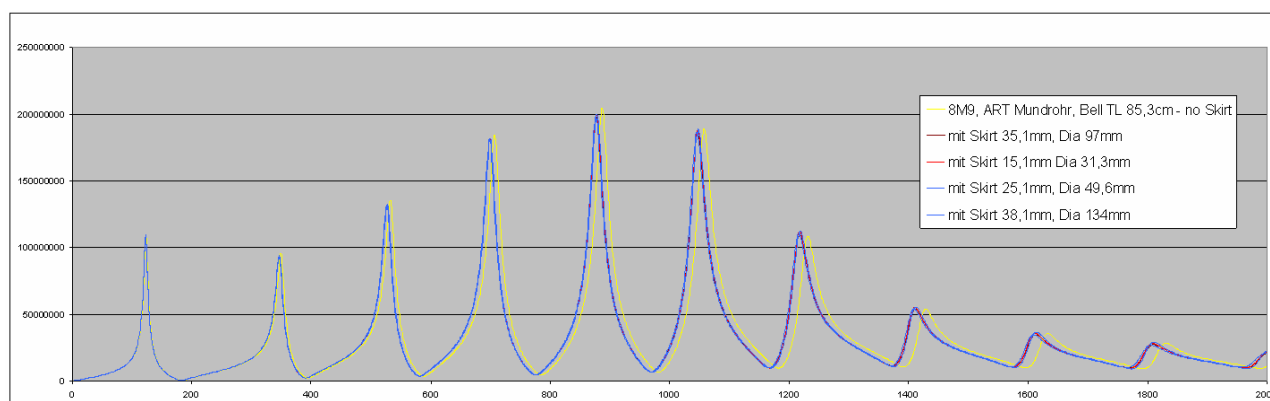
Ein am Ende modifiziertes Bessel-Skirt in Richtung „Sub-Skirt“ = Katenoid-like Ende ergibt entweder ein etwas längeres Horn mit selbem Enddurchmesser, oder einen etwas kleineren Enddurchmesser. Akustisch hat es für die „stehenden“ Wellen im Instrument keine merkbare Auswirkung.

Schallbecher sind in diesem letzten Teil schwer zu vermessen, schwer zu produzieren und ein Ausreiben / Ausrollen von Dellen kann diese allerletzte Ausschweifung durchaus abändern. Glücklicherweise haben solche geometrischen Abweichungen innerhalb der aufgezeigten Grenzen keine akustische Auswirkung!

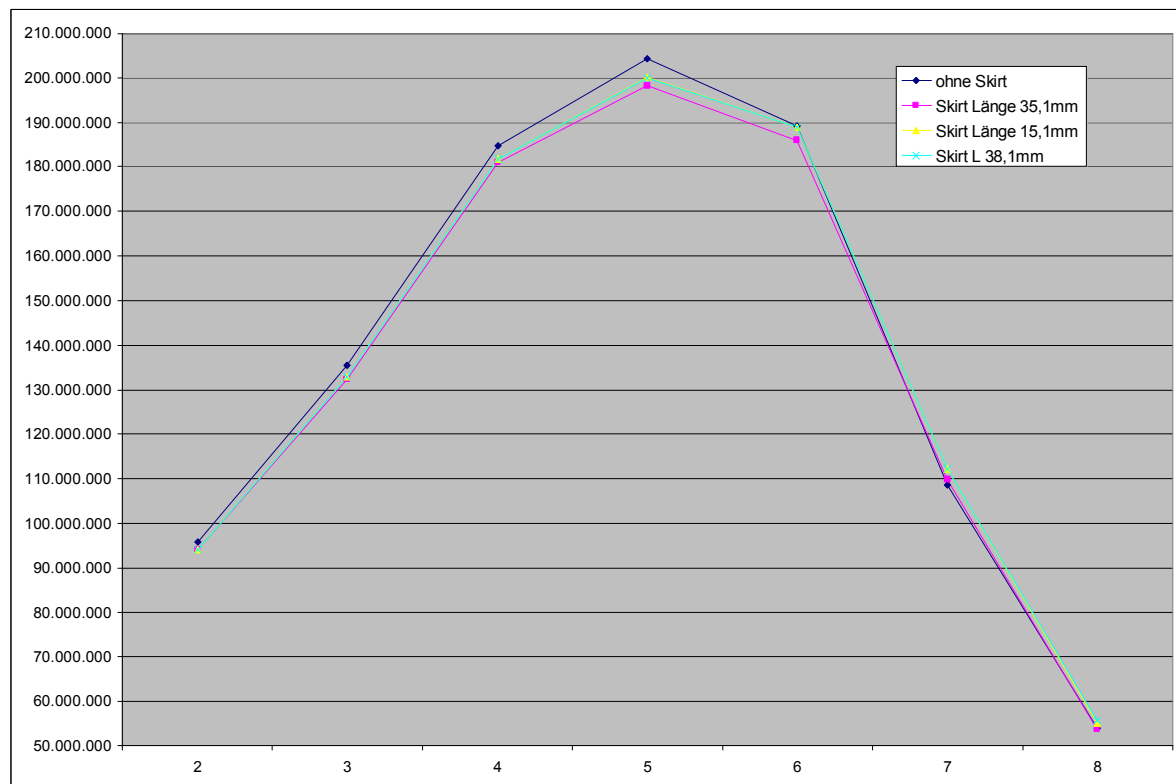
Ergebnisse der Versuche mit Super-Skirts:



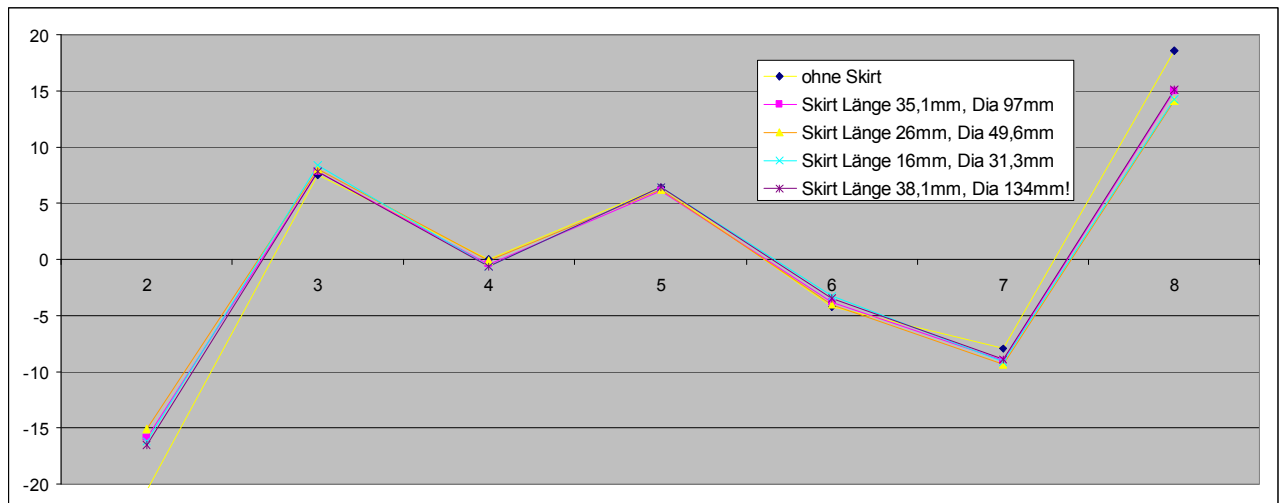
Katenoid =Sub-Skirt, Länge 39mm und das Super-Skirt, Länge 35,1mm akustisch keine Änderung!



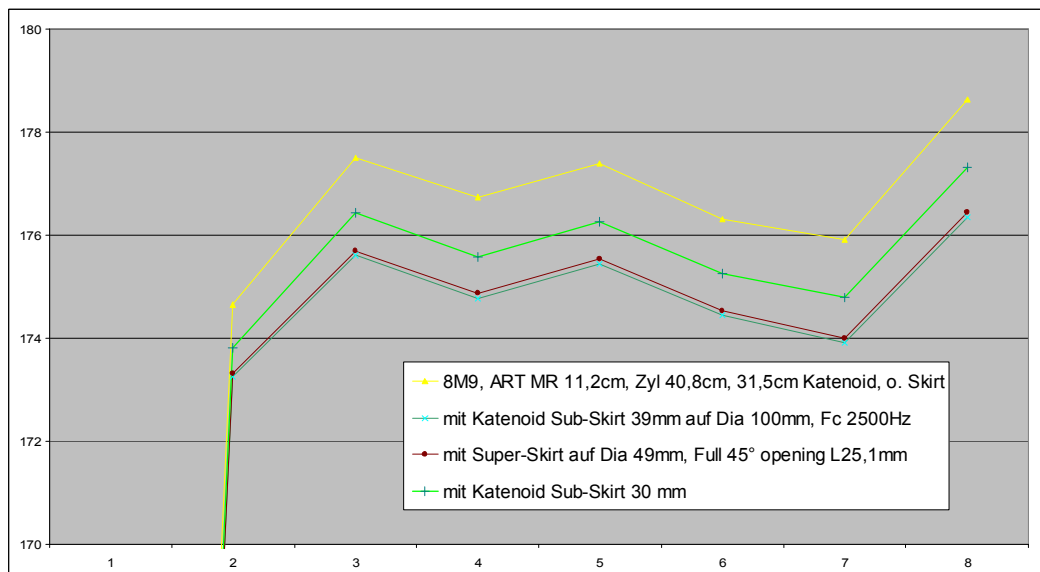
Start Designlänge Katenoid = 39mm, Super-Skirt Länge =35,1mm sowie Super-Skirt Längen 15,1-38,1mm keine relevanten Änderungen unter der globalen Cutoff Frequenz, 38,1 weicht min. + falsch ab, die Webster Horngleichung liefert bei diese extrem Krümmungssteigerungen bereits falsche Werte!



Auch bei den Magnituden weicht das extreme, längere Skirt in die falsche Richtung ab. (Höhere Magnituden)



Abweichung der Resonanzfrequenzen sind trotz völlig verschiedenen Längen und Enddurchmesser <1 Cent!



Der Einfluß des Skirt-Starts auf das Gesamtergebnis des Instruments, EFP in Hz, ART-high F Trumpet.

Bell- Skirts - Zusammenfassung:

Die Funktion des „Skirts“ ist - neben optischen Gründen - eine bessere Abstrahlung tieferer Frequenzanteile, dies aber natürlich auf Kosten von Inputmagnitudenhöhen. Nur was bringen die höchsten Magnituden, wenn am Schallbecher keine zufriedenstellende Abstrahlung und Lautstärke erreicht wird, oder diese dann nur mit wesentlich mehr Energieaufwand? Es ist daher ein Abwägen von Vor- und Nachteilen.

1. Eine höhere Krümmung der Steigung *gegenüber* der Steigung eines Katenoidhorns hat in der Simulation unter Annahme ebener (plane) Wellenfronten keine nennenswerte Änderung der Resonanzfrequenzen und Input Impedanzmagnituden, aber eine leicht geänderte Abstrahlcharakteristik. Da der allergrößte Teil, die „Endausladung“ am meisten ins Auge sticht, können Hörner eine „Bessel-like“ Hornform annehmen, ohne daß es tatsächlich Besselhörner sind. „Skirts“, also das was wir Stürze nennen, können durchaus unterschiedlich aussehen, ohne daß sie sich „intern“ akustisch unterscheiden (müssen/würden).

2. Nur der allererste Teil des Skirts verursacht Frequenzverschiebungen (im Spielbereich) durch das Skirt. Im Beispielfall sind es weniger als 15mm Länge und hier liegt der Öffnungswinkel bei unter ~30 Grad. Beim Katenoid ist hier bereits der Öffnungswinkel linear ansteigend, folglich vertiefen kurze Skirts die Stimmung höherer Moden weniger als längere Skirts.

3. Liegt die Krümmung der Steigung an oder über der eines Katenoidhorns (in Richtung eines Besselhorns), kann das Skirt an jedem beliebigen Punkt nach einem Öffnungswinkel von $>30^\circ$ beendet werden. Der Enddurchmesser ist kleiner und so die Abstrahlcharakteristik geändert, aber keinerlei nennenswerte Änderung der Luftsäule im Instrument, weder Peakfrequenzen noch Impedanz Magnituden.

4. Dies macht deutlich, daß die Webster Horngleichung und somit Simulationen bei sehr hohen Anteilen der Krümmung der Steigung = $F''(x)$ an ihre Grenzen stoßen. Wird das Skirt mit Bessel-like Endflare in der Simulation bis nahe 90° = 10mm länger verlängert, würden sich die Impedanzmagnituden stark erhöhen und ebenso die Frequenzen steigen, was in der Praxis nicht sein kann!

Die Versuche haben sich auf Fälle beschränkt, wo das Krümmungsverhalten zu Beginn des Skirts gleich dem eines Katenoidhorns ist, dieses als nahtloser Anschluss an ein vorangehendes 1. Katenoidsegments. Dessen Zweck vorab war es die Inharmonizität abzuändern = die zu weiten Oktaven weniger zu spreizen.

Beachtet man den nun erforschten, unweigerlichen Effekt eines jeden Skirts, daß höhere Modes zusätzlich vertieft werden, kann man das zu einem gewissen Punkt kompensieren, indem die Länge des 1. Hornsegments etwas länger gewählt wird. In der finalen Grundstimmung, die etwas fällt, wird im Beispiel hier Mode 2 durch das Skirt ja zwangsläufig etwas weniger gespreizt und „harmonischer“. Zudem sollte beachtet werden, daß höhere Moden bei der Gewichtung auf tiefere Moden einwirken, d.h. ein zu tiefer Mode 2 im Pianissimo wird mit zunehmender nicht linearer höherfrequenter Lippenteilschwingungen angehoben.

Das nun erarbeitete Grundkonzept des „Super-Skirts“ kann daher bei allen anderen vorangehenden Konturen als 1. Segment genauso angewendet werden. Zylinder haben keine Krümmung der Steigung, detto Konus. Die akustischen Effekte eines „Skirts“ als Aufweitung des letzten Teils an einem Frustum closed-open / linearen Konus wurden schon in Teil C untersucht, aber nicht das Konzept der nun entdeckten „Super-Skirts“ angewendet.

Weiterführende Gedanken zu truncated Skirts:

Historische Langtrompeten („Barocktrompeten“):

Die Skirts sind truncated, es fehlt der nicht notwendige Teil ... detto bei den Vorläufern der Posaunen, den Sackbuts. Aber natürlich sind die ganzen Hornprofile anders, wenn auch nicht völlig.

Pocket Trumpet und Kornetts (wenn sonst tatsächlich gleich designed:

Truncated / gekröpfte Skirts sind nichts anders, aber reduzierte Abstrahlung / Klang.

Weitmensurierte (Bass- und Tenor-) Instrumente:

Reichen bei der hohen F-Trompete $>16\text{mm}$ aus, so wäre es durchaus vorstellbar, daß bei weit mensurierten, tieferen und längeren Instrumenten F Tuba und F Horn wären rund 4 x so lang, d.h. ca. 6 cm als „truncated“ Skirt Flare bereits reichen würden und die Funktion des Skirts ähnlich wäre?

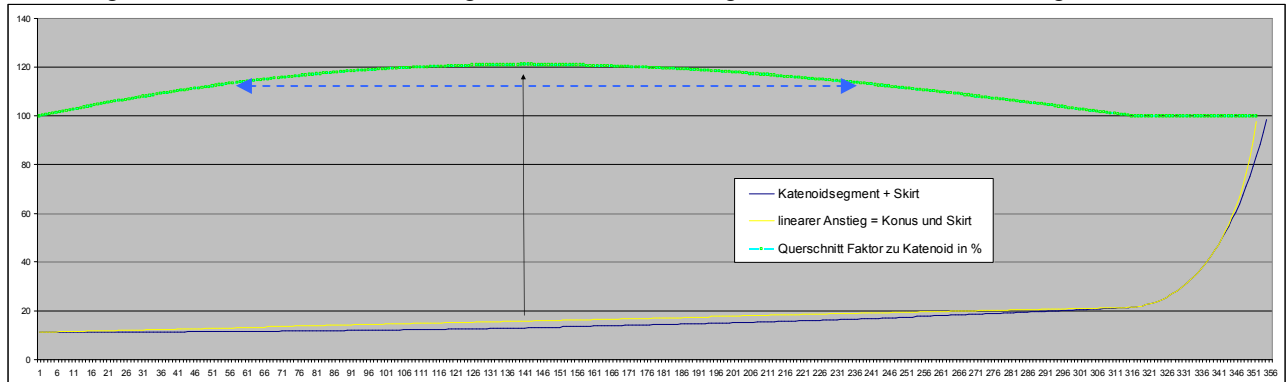
Bb Trp. und Flügelhorn wäre dann rund 2-2,5 cm für den Effekt des Skirts...

Trompeten Skirt läuft weiter, Flh. ist dagegen truncated..

Auswirkungen von Änderungen der Stem-Kontur gegenüber der Katenoidform:

Die hoch F-Trompete hat ein Längenverhältnis Mpc+Mundrohr+Zylinder : Bell-Stem+Bell Skirt von ~60:40, also ähnlich der Konstellation einer engmensurierten Bb-Trompete mit gedrücktem Ventil V3.

Änderung Versuch A: Ein linear ansteigendes, konisches Segment anstelle Katenoid-Segment:



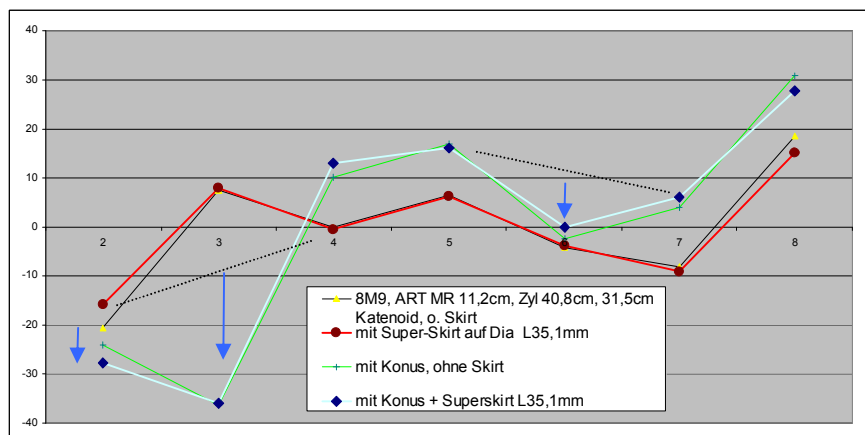
Das konische Segment hat als Hornsegment-Bereich nach ~140mm maximal ~20% mehr Radius. *Blau skizziert Pitchnode Positionen von Mode #3, je +/- 1/8 WL vom letzten (3. Druckbauch), nahe dem Zentrum der max. Querschnitt Erweiterung. Oberhalb der blauen Linie = im Bereich eines Druckbauches Pitch Potential down, an der Linie: kein Pitch Potential=Pitch Nodes, unterhalb der Linie = Pitch Potential up. Für Mode #3 überwiegt hier das Pitch Pot. down stark gegenüber dem Pitch Pot. up.*

Die hier sehr lange (globale) Perturbation=0,315m hat den größten Effekt und Potential (Pitch oder Imp. Magnitude) dann, wenn diese = 1/4 Wellenlänge der Resonanzfrequenz ist, **und** wenn diese exakt in einem Zentrum z.B. von Druckbäuchen, Druckknoten oder Pitch-/Impedanznodes liegt.

1/4 Wellenlänge=Speed c0 ~344m / 4 * Resonanzfrequenz; = Frequenz mit maximalem Potential:
 Frequenz = Speed c0 344m / (4* 1/4 WL 0,315m) = 344 / 1,26m = 273 Hz.

Keiner der Resonanzmodes hat hier das max. Pot. = 1/4 WL, dieses wäre zwischen Mode #1 und Mode #2, also dem 1/2 - das wir für Mode #3 erwarten: Mode #3 hat eine Frequenz von rund 520 Hz = 1/4 WL = ~344m / (4*520) = 0,17m. Die globale Perturbation hat eine Länge von beinahe 2*1/4 WL von Mode #3 und eine Länge von beinahe 4* 1/4 WL von Mode #6.

In der Kombination mit MPC+Mundrohr+Zylinder + Hornsegment + Horn-Skirt hat z. B. Mode #3 in diesem Bereich seinen 3. und letzten Druckbauch. Der Druckknoten zuvor liegt im zylindrischen Bereich, der abschließende Druckknoten am Bell-Skirt Beginn. **Enlargements** zentriert an bzw. nahe **Druckbäuchen vertiefen** die Resonanzfrequenzen **maximal** = Druckknoten wandern in Richtung Enlargement (lokal kürzer, aber global längere Knotenabstände).



Mode 3 wird am stärksten vertieft (ca. 1/2 max. mögl. Potential, gefolgt von Mode 6, ca. 1/4 max. mögliches Potential). Die restlichen Modes verändern sich anhand den Verhältnissen max. Pot up: max. Pot down. Wäre der Hornanteil höher z.B. 50%, = Perturbation 25% länger, 1/4 WL=0,39m Freq =218 Hz, der Punkt der max. Erweiterung wäre 12,5% früher, Zentrum Mode 3 in Richtung Pitchnodes, NT2+5 mehr Pitch down.

Cardwell Perturbations - Single-Mode Tuning:

Die theor. Möglichkeit nur bei einem Mode die Peak Frequ. zu erhöhen, in dem an allen Velocity Nodes = Druckbäuchen Constrictions gesetzt werden (mit Ausnahme am MPC Ende),

Am Beispiel zu tiefer Mode 5 gibt er fraktionale Längenabstände $2/9$, $4/9$, $6/9$, $8/9$. Er geht aber davon aus daß diese anhand der „apparent“ = akustisch wirksamen Länge gesucht werden müssten. Die akustische Länge von Mode 5 ist: $(\text{Mode5} * 2) - 1 = 9 \times$ die Geschwindigkeit of Sound / $4 \times$ Frequenz von Mode 5. Im Fall einer C Trompete waren das 119cm akustisch wirksam gegenüber einer Gesamtlänge von 124cm. Hier wären $1/4$ WL 13,2cm und $1/2$ WL 26,4cm. Druckbäuche hat er daher vorerst bei Position cm vom MPC

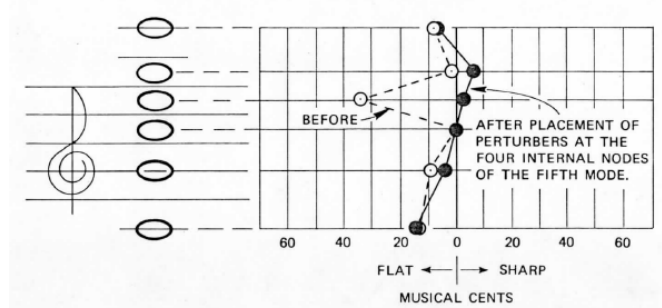
Position	vermutet:	gefunden:	
2/9	26,4	25,4 cm	.. im /nach Mundrohr
4/9	52,88	50,8 cm	.. ca. Becherstart
6/9	79,32	80,0 cm	.. im Bell Stem
8/9	105,76	106 cm	.. am Ende Bell Stem

wobei er meint, daß er diese Positionen mit einem Fehler von rund jeweils 1,0 cm genau gefunden hat.

Nachdem diese Positionen gefunden wurden, wurde die finale Größe der notwendigen Verengungen berechnet. Die Theorie, wie aus Unterlagen von Kruger (W. Krüger, DDR) besagt laut Cardwell:

Um eine Frequenz um ein Drittel eines Halbtones = ~ 33 Cent = $\sim 2\%$ zu erhöhen, müsste das TL „apparent“ Volumen aller Einengungen zusammen 2% der „apparent“ Volumen der Luftsäule ausmachen. Dieses Volumen ist die „apparent“ Länge bei dieser Frequenz * „valve bore“ Diameter.

Wo der Durchmesser größer ist (Bell), müssten die Einengungsvolumen im Verhältnis lokale Durchmesser zu valve-bore Durchmesser entsprechend vergrößert werden. (Länge ? Durchmesser ?)



Im Experiment kommt er zum Schluß, daß Mode 5 erfolgreich erhöht werden konnte, andere Modes <8 zwar etwas beinflusst wurden, daß aber höhere Modes durchaus gestört sein werden! Prinzipiell sollten Instrumente daher „glatt“ verlaufen.

In einem späteren Artikel schreibt er als „Single Mode Theorem“:

Equal Point Perturbators, an jedem internen (Velocity)Node = ~Druckbauch eines bestimmten Modes plus einer mit $1/2$ Stärke am geschlossenen Ende (ist der 1. Druckbauch gemeint?), verschieben nur diesen einzelnen Mode und keinen der anderen Modes.

Er meint vermutlich, daß die 1. Perturbation nur halb so stark sein soll?

Weitere Arbeiten von Cardwell:

Er beschreibt Perturbationskurven, findet einen Punkt „XM-Pitch“ in der Mitte des Instruments wo weder Enlargements als auch Constrictions einen „großen“ Effekt haben und kommt zu dem Schluß, daß es eine gute Idee ist, hier die Ventile anzubringen (wegen der irregulärer Passagen). Er findet aber auch, daß XM-PN mit der Frequenz wandert und deshalb „Zig-Zag“ Stimmungsprobleme durch Ventildurchgänge verursacht werden können.

Multiple Helmholtz Resonator Mouthpiece Idea (1968):

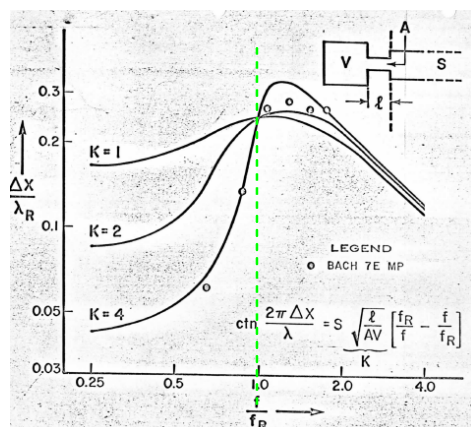
Anhand konventioneller Mundstücke geht Cardwell darauf ein, daß diese als Helmholtz Resonatoren funktionieren und ebenfalls dazu dienen die höheren Moden von Trompeten zu „stimmen“ – mittels dem „apparent-length-adding“ Effekt des single / simple Helmholtz Resonators. Er spricht darüber, daß es ja zwingendermaßen erforderlich ist, den Durchmesser passend für die Lippen zu machen und daher auch die „Engstelle“ / Seele zwischen Mundstückkessel und Main Bore notwendig ist. (Sonst wäre es kein Helmholtz Resonator).

In einer Anti MPC / Leadpipe Variante beschreibt den umgekehrten Fall von akustisch wirksamen Längen, wenn anstelle Verengungen Enlargements vorliegen (Seele, etc), vermutlich liegt dieser Versuch im Zusammenhang mit dem Multiple Resonator.

Bei der (1.) MPC Resonanzfrequenz bei ~ 800 Hz von Trp. Mundstücken ist die „akustisch wirksame“ Länge ~11 cm – oder rund 8 % der physischen Länge einer Bb Trompete. (Er geht nicht darauf ein, daß die phys. Länge ~ 8,8cm sind). Diese zusätzliche akustische wirksame Verlängerung der Trompete ohne Mundstück, gemessen ab dem Mundrohrbeginn **beträgt ¼ WL der Resonanzfrequenz / Wellenlänge des Resonators.**
 $1/4WL = (\text{Speed/Freq.}) / 4 = (343\text{msek} / 800) / 4 = 0,11\text{m}$ oder 11cm. $f/f_R = 1,0$

Bei anderen Frequenzen hängt die „Verlängerung“ von einer dimensionslosen Konstante „K“ ab, und diese von den relativen Dimensionen des Resonators und dem Rohr, an welches dieser angefügt ist.

Ein hoher „K“ Wert bezeichnet eine große Längenänderung zwischen tiefen Frequenzen und der Resonanzfrequenz des Mundstückes. (**Große Kesselvolumen geben z.B. höhere K-Werte**)



f = Frequenz f_R = Resonanzfrequ MPC, $K=S \cdot \text{Wurzel aus } (l/A \cdot V)$

Ringe im Diagramm zeigen die gefundenen Werte für ein Bach E7 (großes Kesselvolumen)

Aufgrund gewisser Überlegungen kann angenommen werden, daß K für eine Trompete bei $\pi / 2$ liegen soll? Bei bisherigen kommerziellen, konventionellen Trp. Mundstücken ist „K“ aber größer.

Er geht darauf ein, daß der „Bell-Stem“ vor allem die Intonation der tieferen Moden beeinflusst und das Mundstück für das „Frequenz“-Stretching im höheren Frequenzbereich verantwortlich ist.

Er geht auch auf die Tendenz bei Trompeten ein, daß Mode 5 = „E2“ um 14 Cent zu tief sein (muß), aber oft viel tiefer ist, Mode 6 = „G2“ oft aber höher ist, und höhere Moden zu tief sind. Es sind 2 Dinge, die hier falsch laufen. Entweder ist man zu hoch an einer Kurve von „K“, das ist zu nahe an der MPC Popp. Frequ. oder „K“ ist zu groß. Man könnte nun darüber nachdenken, die Resonanzfrequenz zu erhöhen oder die dimensionslose Konstante „K“ zu reduzieren...aber es sollte „fundamentalere“ Möglichkeiten geben.

--> Anmerkung: Warum Cardwell unbedingt das monotone Verlängern wollte – leuchtet mir in Verbindung mit einem Schallbecher und anhand der zu tiefen Moden oberhalb der Popp. Freq. bisher nicht ein, das wäre nur in der Kombination Mundstück + closed Zylinder zielführend. Eigentlich wäre ein gezieltes Abflachen um die maximale Verlängerung zielführender. Das zeigt dann auch das finale Ergebnis, siehe später.

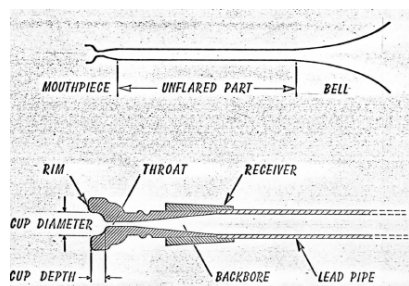


Abbildung A

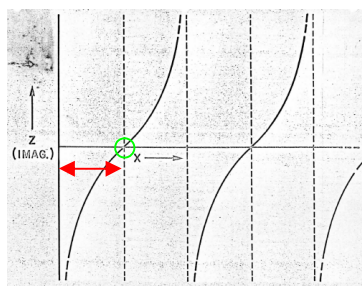


Abbildung B Zeitbereich

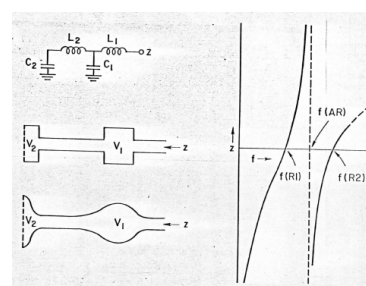


Abbildung C

Abbildung B:

Wave Impedanz als Funktion von Distanz = Zeit in einer Luftsäule (Rohr), geschlossen am linken Ende. Die ganz linke $\frac{1}{4}$ Welle (rot) hat eine infinite kapazitive Impedanz und 0 Impedanz rechts (grün). Wenn die Frequenz erhöht wird, wird das ganze Diagramm nach links komprimiert (gestaucht).

Um die Wirkweise eines Mundstückes als „terminating“ Resonator zu visualisieren, sollte man die Aufmerksamkeit auf eine x-Position lenken, die initial in der linken Viertelwelle liegt und man sich vorstellt, daß eine variable Impedanz-„Device“ hier platziert wird und das linke Ende des Rohres ersetzt.

Wenn die Frequenz sich erhöht steigt die Impedanz des „Device“ von seinem negativen kapazitiven Wert, wird die Welle in dieses „Device“ laufen. Das ganze Diagramm wird schneller nach links „komprimieren“, als wenn hier nur ein einfaches geschlossenes Ende wäre. Der Effekt wäre, als ob sich die Länge mit steigender Frequenz verlängert. Das ist die qualitative Erklärung des Mundstück-(Längen)-Effekts durch Cardwell.

Wie bereits erwähnt, scheint diese Verlängerung an der Resonanzfrequ. des „terminating“ Resonators ein Viertel der Resonator Wellenlänge zu betragen.

Der springende Punkt folgt nun. Wenn die Frequenz über die Resonanzfrequenz steigt, steigt die Impedanz eines Helmholtz Resonators weiter monoton aufwärts zu infiniten induktiver Impedanz. Die „apparent“ Längenzunahme kann nie mehr als eine weitere $\frac{1}{4}$ Wellenlänge sein und es ist eine $\frac{1}{4}$ WL mit immer kleiner werdenden Längenzunahme. Die Länge oberhalb der Resonanzfrequenz nimmt wieder ab. Ein einfacher Helmholtz Resonator beginnt einige Zeit nach dem Überschreiten seiner Resonanzfrequenz hier einen Teil der addierten Länge wieder abziehen. – Und das ist was wir eigentlich nicht möchten (Cardwell).

Was wir haben wollten wäre ein „Terminator“, der weiterhin monoton die akustische Länge verändert. Um in einem closed-open System Resonanzen in einer kompletten harmonischen Reihe zu erhalten, muß die „apparent“ Länge monoton mit der Frequenz anhand einer hyperbolischen Kurve ansteigen.

Wir wollen im Impedanzdiagramm (Abb. C) weiter in unseren Terminator kontrahieren. Dies würde er tun, wenn er nicht monoton aufwärts in induktive Infinity steigt, sondern aufsteigt, dann aber zu kapazitiver Infinity springt, wieder aufsteigt, usw. Möglicherweise wollen wir also einen Terminator mit einer 1. Resonanz (R1), folgend einer Antiresonanz (AR), eine 2. Resonanz (R2), usw.

Wenn man das für diesen Fall quantitativ weiterverfolgt, stellt sich heraus, daß wir ein Device haben wollen, welches idealerweise eine Antiresonanz bei $\frac{3}{2}$ der 1. Resonanz hat, eine Resonanz bei der $\frac{4}{2}$, usw.

Eine mögliche Form hierfür wäre ein „multiple“ Helmholtz Resonator; ein Set von Verengungen und Erweiterungen in Tandem. Ein Start in diese Richtung wäre ein einfacher „Doppel-Resonator“. Abb. C zeigt die elektrische Ersatzschaltung und 2 „Prototypen“, wobei die abgerundeten Varianten aus mehreren Gründen für diese Zwecke passender wären (Cardwell).

Die Spezifikation der Werte für die 2 Resonanzen und die Antiresonanz reicht nicht aus, um auch nur die grundlegenden 4 Parameter für einen Doppelresonator zu berechnen: 2 Kapazitäten und 2 Inertanzen. Es wird zumindest eine weitere Größe benötigt: Die apparent Länge, die diese „Konfiguration“ bei tiefen Frequenzen addiert, welche aber ziemlich genau proportional zum Gesamtvolumen der Konfiguration ist.

Letztendlich werden noch 2 Werte gebraucht, weil jede Inertanz 2 Werte benötigt. Der Inertanz Wert fixiert das Verhältnis von Engstellen-Länge zum seinem Durchmesser, er fixiert dadurch aber **nicht** die Gestalt der Inertanz.

Um brauchbare Designberechnungen zu erreichen scheint es Cardwell dann auch noch notwendig, die Sache etwas komplexer auszulegen und Phasenänderungen und dadurch Wave Impedanz Änderungen in den Engstellen zu berücksichtigen (wie er das genau anstellt, erläutert er aber nicht) ...

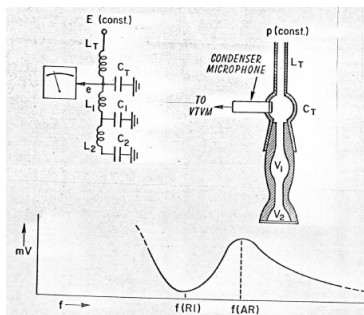


Abbildung D

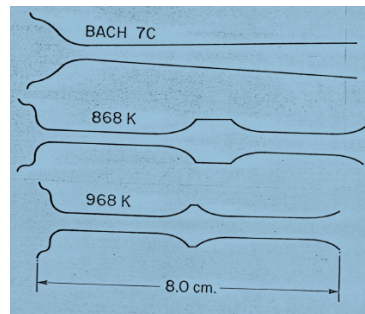


Abbildung E

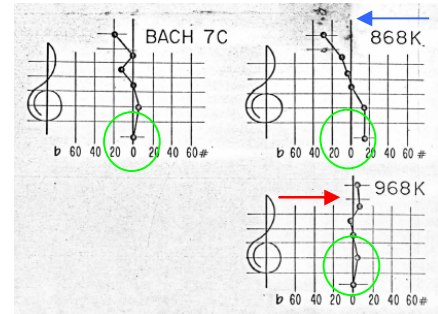


Abbildung F 868K, EFP higher

Abbildung D zeigt seine Versuchsanordnung mit einem „small Resonator Tester“ + Mundstück (unten verschlossen). Die obere Inertanz = Engstelle und Kapazität = Volumen im „Tester“ sind so gewählt, daß die Frequenzregion „of Interest“ des MPC unterhalb der Resonanzfrequ. des Testers selbst liegen.

Der eingesetzte Doppelresonator agiert beinahe als „Kurzschluß“ an seiner 1. Resonanz und als „träger Verschuß“ bei seiner 1. Antiresonanz. Eine Response-Kurve vom Mikrofon als eine Funktion der Frequenz (Fourier Transform) ist unten dargestellt. Ein ermitteltes „Tal“ liegt lt. Cardwell hier bei ca. der 1. Resonanzfrequenz, gefolgt von einem Peak bei ca. der 1. Antiresonanz des Doppelresonators im Test.

Abbildung E zeigt 2 Doppelresonatoren, die Abbildungen sind ~not to scale mit dem 7C Mundstück. Die Modellnummern haben keinerlei Bedeutung,

das 868K zeigt eine 1. Resonanz von 766 Hz und eine Antiresonanz bei 1014 Hz
 das 968K zeigt eine „-“ von 880 Hz und „-“ bei 1190 Hz

Abbildung F zeigt die Ergebnisse mit einer Callichio Bb Trompete, wobei Cardwell meint, diese wäre auch mit dem Bach 7C Mundstück bereits vergleichsweise außergewöhnlich gut in sich gestimmt.

Die Variante mit 868K zeigt das monotone Flattening (kein Zig-Zag) durch die von Cardwell beabsichtigte, fortwährende akustische Verlängerung.

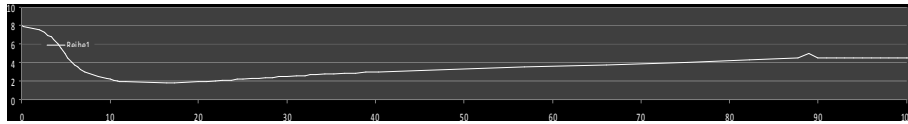
Die Variante mit 968K liefert bis zum 8. Mode eigentlich das Gegenteil, was Cardwell vorgehabt hat, es macht Mode 5 und 8 kürzer, und liefert in dieser Kombination die beste Gesamtstimmung.

Cardwell kommt abschließend zum Schluß, daß er keine umfassende Formel gefunden hat um eine Theorie daraus zu machen, die zumindest ihn zufriedenstellen würde. Er meint aber, daß mit Forschung und besseren Messmöglichkeiten künftig Mundstücke gebaut werden könnten, die nur noch geringe Abweichungen bei den höheren Modes verursachen, und man kann selektiv die Naturtöne bestehender Trompeten mit Hilfe von spezieller Mundstücke beeinflussen.

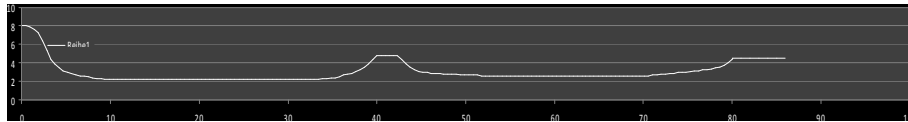
Leider fehlen bei Cardwell (wie bei zahlreichen anderen älteren Quellen) Aussagen zu Auswirkungen auf Impedanzmagnituden, als auch Auswirkungen in Verbindung mit geänderten zyl. Rohranteilen (Ventilen).

Erste Versuche, das Cardwell „Double-Resonator-Device“ virtuell abzubilden:

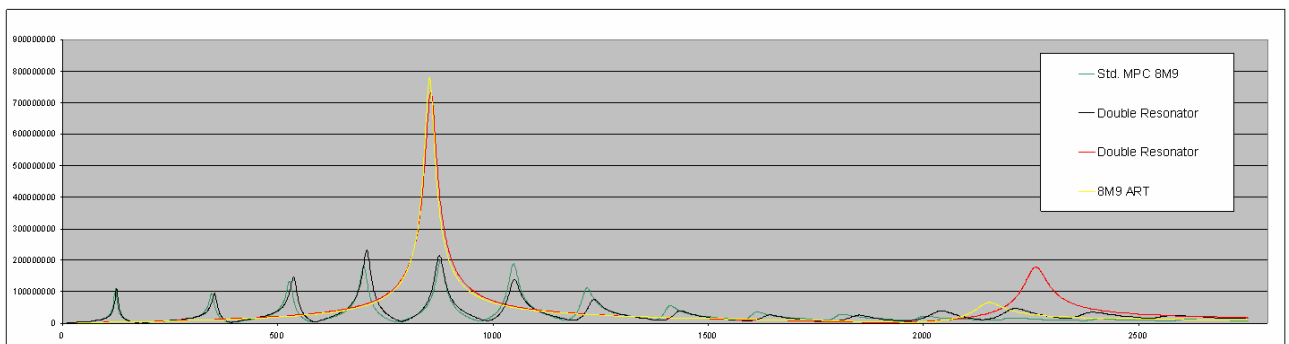
Ich habe versucht das Modell 968K anhand der Skizze nachzubilden und zu simulieren. Die Grafik selbst ist **nicht** maßstabgerecht. Die Durchmesser und Konturen sind dadurch **nur ansatzweise korrekt**. Es wurde wiederum am Beginn für die Simulation etwas reduziert. Dies ist auch nur ein erster ansatzweiser Versuch! **Wäre eine Trompete mit so einem „Device“ als Mundstück spielbar? Vorteile? Hier das Ergebnis vorab:**



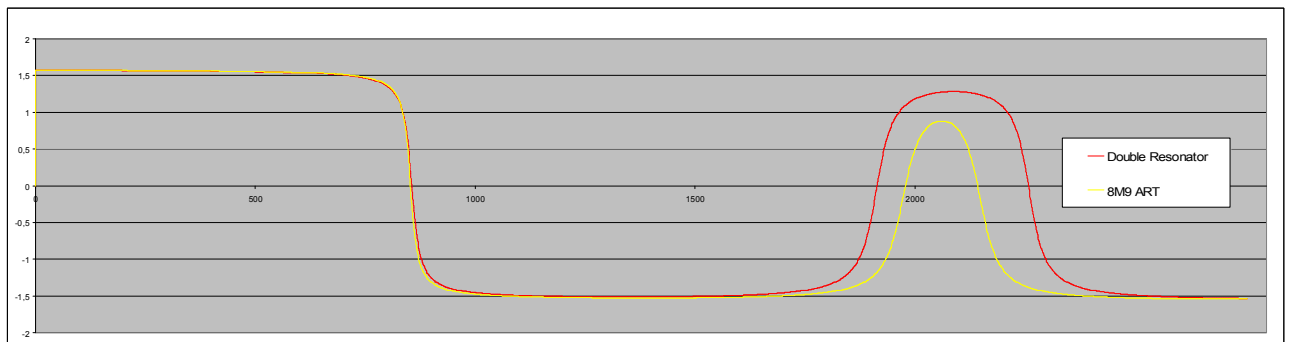
Das ART-Mundstück (Warburton 8M9), Länge 88mm, dann Gap und Beginn Mundrohr. Seele Dia = 3,7mm



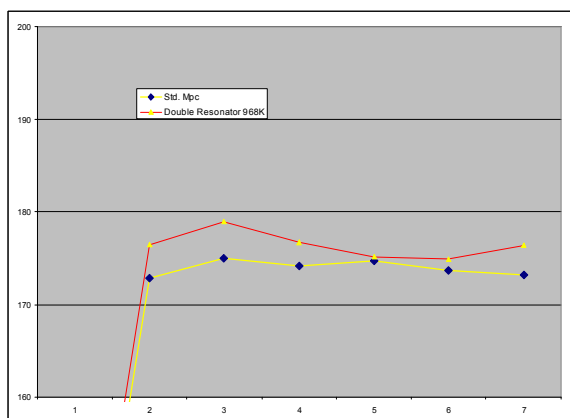
Der Cardwell 986K Doppelresonator, Länge 80mm, dann Beginn Mundrohr. **Der Kessel ist extrem „seicht“**. Dia 1. „Seele“ ist 4,35mm die 2. Seele 5,22mm; max Durchmesser des 2. Resonators über ~20mm=9,57mm



Grün/Gelb: 8M9 Mundstück + hoch F Trompete, Bell Skirt 54 mit möglichst hoher Steigung zu Beginn
Schwarz/Rot: Doppelresonator 8mm kürzer+die Trompete. Es bildet sich jeweils eine 2. Resonanz >2000Hz



Phaseninformation der Mundstücke ohne Instrument; Nulldurchgang abwärts = Resonanz. 1. bei ~860 Hz



Die 1. Ergebnisse vorab zeigen, daß ein „Device“ **in diese Richtung sehr wohl Verwendung finden könnte!**

Der Doppelresonator ist > MPC Popp. Freq. kürzer :).! :)
allerdings unterhalb auch :(**Ev. Vorteile fehlen, weil Proportionen noch nicht stimmen!**

Peak Magnituden sind unterhalb stärker :) ++
oberhalb sind sie so aber viel schwächer :(--

Wenn ein Design **radikalst** geändert wird, müssten auch alle anderen Komponenten angepasst werden. :(? :) ?
z.B. weniger Flare Horn-Section würde das bewerkstelligen.. **to be continued!**

Berechnungen lt. Kent, C.G. Conn, Patent © 1961:

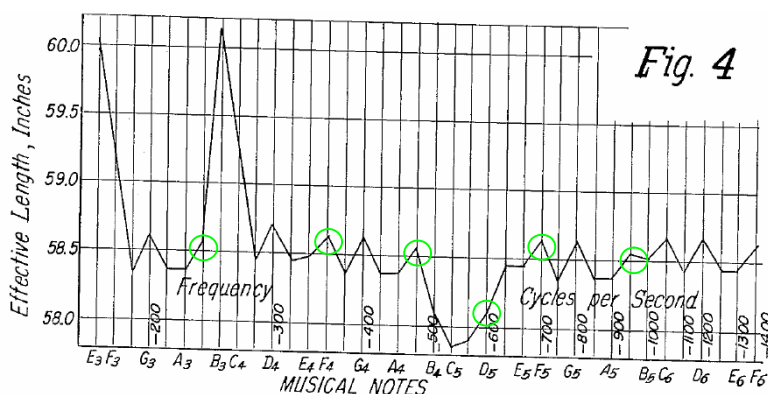
Kent Patent - Generell:

Im Patent von Kent wird der Entwurf / das Design von Blechblasinstrumenten anhand eines Bb Kornets beschrieben. Das Mundstück, Mundrohr und Schallbecher werden als „tapered/flared“ beschrieben, jede dieser einzelnen Komponenten wird seine effektive Länge mit der Frequenz ändern. Auch bei konischen Segmenten ändert sich die effektive Länge mit der Frequenz lt. Kent anhand wechselnder Phasen Relationen zwischen vorlaufenden und reflektierten Wellen.

Das Designprinzip von Mundstück, Mundrohr und Schallbecher ist so ausgelegt, daß diese Konfigurationen erlaubt, mit der sich die effektive Länge des Gesamtinstrumentes kontrollieren / vorhersagen lassen soll.

Diese Features sollten auch für Töne verwendet werden können, die eine unpassende eff. Länge haben .. (durch Differenzen von Just Intonation zu ET und falschen Ventilschleifenlängen in Kombination).

Kent betrachtet das Kornett vorerst gegenüber einem beidseitig offenen Zylinder (akustisch effekt. Längen):



Vergleich zu einem offenem Zyl./E.T.

notw. Länge to be in Tune with ET.
nur die Ventilschleifen Fehler gezeigt.

Kent gibt eine Übersicht über die systematischen Ventillängenfehler und macht gleich Vorschläge für Kompromißlängen. In diesem Diagramm sind die Stimmungsabweichungen zu Equal Tuning mit seinen Kompromißlängen eingetragen, Standardgriffe bis Mode 9 (V1, V2 und spez. V3 Schleifen sind länger).

Notennamen sind in amerikanischer Schreibweise (#+3 gegenüber deutscher Art), B=H, klingend dargestellt. Grün = Naturtöne V0 = offen ohne Ventile NT2,3,4,5,6,-,8,9,-,-,12 = eff. Länge 58,56 Zoll *2,54 = 148,75 cm. **Mode (7),9,10 und 11 läßt Kent aus und verwendet statt Mode 10 und 11 den Mode 12 mit (kürzeren) Griffen**

Die hier eingetragene Längenskala ist die effektiv **benötigte** Länge eines beidseits offenen Zylinders bzw. mit 3 üblichen Verlängerungsschleifen, für Bb-Sopran und ~ KT 440 Hz, damit er theor. keine Abweichung zu Equal Tuning hätte. Es fehlen Angaben zum Durchmesser dieses „Vergleichs“-Rohres und notwendige Endkorrekturen, Verluste, etc.

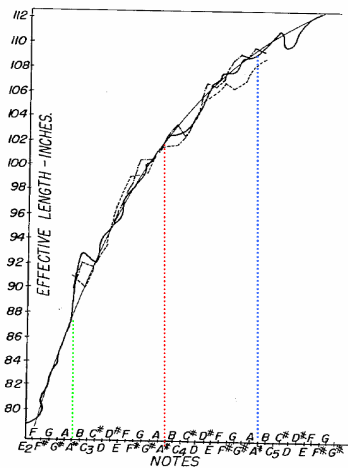
Dieses Diagramm ist für alle 3- und 4ventiligen Instrumenten aller Stimmungen anwendbar, es müssen dann aber die Längenskalen entsprechend umgerechnet werden, **es fehlen hier allerdings alle Abweichungen anhand der Mensur!** Die Grafik ergibt daher vorerst nur die halbe Wahrheit bzw. ev. einen falschen Eindruck!

Das Mundstück Backbone erweitert sich relativ schnell, das Mundrohr **könnte** sich (aber weniger schnell) bis zu den Ventilen erweitern, danach befindet sich der zylindrische (Ventil-)Teil, üblicherweise mit einem konstantem Durchmesser. --> Änderungen an zyl. Rohren in hier üblichen Durchmessern produzieren keine Änderungen der „Wave Velocity“ -> **abgesehen von Perturbationen!** Der Schallbecher beginnt mit einem relativ schwachen „Taper“, wird dann ~ kontinuierlich stärker und endet in einer sehr steilen Ausformung als „Skirt“ oder - Schürze.

Die effektive Länge eines einseitig geschlossenen Zylinders müßte sich mit zunehmender Frequenz verlängern, um die erwünschten Resonanzen der musikalischen Just Intonation Skala abzuliefern und das würde bedeuten, **die effektiv wirksame Geschwindigkeit von „Sound“ in der Schallröhre wäre eine inverse Funktion der Frequenz.** In „flaring“ Horns, wie z. B. einem Exponentialhorn ist das lt. Kent auch der Fall!

Die notwendige effektive Länge für die komplette harmonische Reihe ist $L_{eff} = (n \cdot c) / (4 \cdot \text{Freq wanted})$
 $n = \text{odd integer of vibration mode}$, $c = \text{speed of sound}$, $Fr (\text{wanted}) = \text{Frequenz der Resonanz z. B. mit E.T.}$,
 wenn man diese als closed -> open Zylinder betrachtet.

Für Mode #	1	116,50 Hz	$L_{eff1} = 29,28''$	74,37 cm	
	2	233,08 Hz	$L_{eff2} = 43,92''$	111,56 cm	
..	5	582,70 Hz Jl	$L_{eff5} = 52,71''$	133,88 cm	
..	5	587,33 Hz ET	$L_{eff5} = 52,29''$	132,82 cm	usw... 1 Zoll = 2,54cm



Vergleich als geschlossener Zylinder/ Jl

Die effektiv notwendige Länge von einseitig geschlossenen Zylindern für Equal Tuning ohne Abweichung, die Längen in Zoll sind (hier und im Patent) aber **für ein Euphonium (=Tenorinstrument)** in Bb angegeben! Deutsches notiertes kleines c (=NT2 beim Tenor, grün) und C1 (=NT4 beim Tenor rot) sowie C2 (=NT8 beim Tenor, blau) sind markiert. (Punktirt: Ein Modell ohne die „Erfindung“, Strich-Punkt: Mit der „Erfindung“!)

Für Just Intonation / Reine Stimmung ist die gleichmäßig aufsteigende, dünnere Kurve mit eingezeichnet. **Mode (7), 10 und 11 läßt Kent aus und verwendet statt Mode 10 und 11 den Mode 12 mit (kürzeren) Griffen, -> diese Töne sprechen aber mit diesen Hilfsgriffen extremst schwer an! (->die „Erfindung“ stimmt nicht!)**

Nachdem die notwendigen effektiven Längen bekannt sind, kann damit begonnen werden die passenden Parameter für die „Bore Calibration“ herauszufinden, um die passenden effektiven Längenänderungen als Funktion der Frequenz zu erzielen. Dabei spielt es keine Rolle ob das „Horn“ als beidseitig offener Zylinder oder einseitig geschlossen betrachtet wird. --> **Es ist auch nur eine unterschiedliche Betrachtungsweise.**

Es wurden nun die beiden Betrachtungsweisen gegenübergestellt. Intuitiv ist die erste Variante „musikalisch“ einfacher zu verstehen, allerdings hat die „physische“ 2. Variante ebenfalls ihre Vorteile, sofern es um das Grunddesign und die Zusammenstellung der einzelnen Teilsegmente / Komponenten / Längen geht!

Kent – Bell Design mit 3 oder mehr Salmon-Horn-Segmenten:

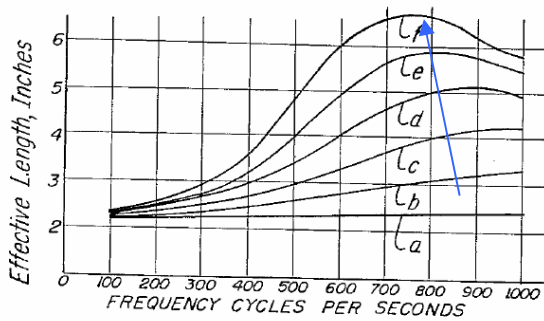
Jedes Segment würde das andere beeinflussen, es werden Formeln dazu gegeben, die Änderungen der Input Impedanz Magnituden fehlen aber. Ein erster langer „Stem“, gefolgt von einem kürzeren „Mouth“ mit abschließendem sehr kurzen „Skirt“ sollen Frequenzbereiche / äquivalente Zylinderlängen berechenbar machen. Die Kent Formeln beginnen beim Skirt, über Mouth zum Stem. Das „Nomogram“ im Patent ist wieder von einem Euphonium = 1 Oktave tiefer, wo sich Mundstück/Mundrohr-Proportionen komplett anders verhalten müssen als bei einem Sopran Instrument in klingend „Bb“.

Der Interessierte kann das Kent-Patent online suchen, nachlesen und nachrechnen. (versuchen).

Cardwell nennt ca. 8 Jahre später in seinem Patent die von Kent nicht dokumentierten „Mode matching“ Probleme, ohne aber darauf näher einzugehen.

Über Schallbecher = Stem + Mouth + Skirt habe ich bereits zahlreiche Fakten zusammentragen können. Das Mode-matching wurde erforscht, es ist aber unklar ob damit immer abgeänderte Frequenzen oder doch Input Impedanz Magnituden gemeint sind. Cardwell meint damit scheinbar Input Impedanz Unterschiede. Ich werde daher vorerst nicht versuchen, das Kent Patent für Schallbecher nachzurechnen.

Kent - Mundstücke:



2,2" = 5,6cm 6,5" = 16,5cm = ~ 11cm Differenz Länge

Verhältnis von Kesselvolumen zu Seelen Fläche

La = 1:1 Lb = 2:1 Lc = 3:1.... Le = 5:1 Lf = 6:1

(Backbone und TL Vol. nicht berücksichtigt)

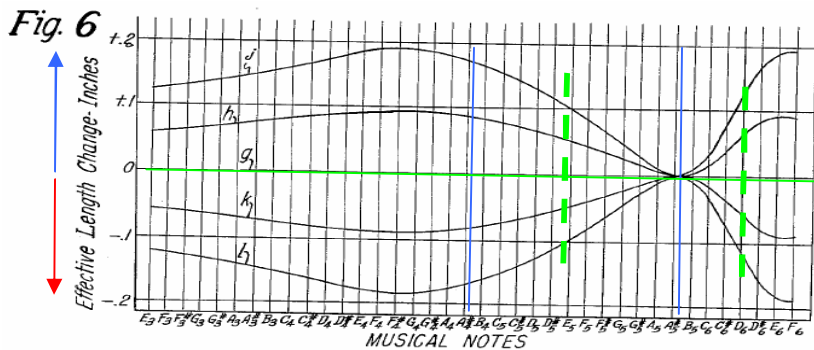
Größeres Kesselvolumen: Popp. Freq. fällt. Größere Kesselvolumen senken die Grundstimmung ab.

Tiefere Moden werden aber kaum höher, höhere Moden werden tiefer = höchste Differenz Equival. Länge

Magnituden unterhalb MPC Popp Fr.: werden erhöht, oberhalb aber wesentlich stärker vermindert!

Backbone: Änderungen im „taper“ = Volumen ändern die -> „cut-off“ Freq. = gemeint ist die Frequenz mit der längsten akustisch wirksamen Länge, wäre bei Trompetenmundstücke oberhalb der MPC Popp. Frequenz.

Kent Patent – Mouthpiece – GAP – hier ein Kornett:



0,1" = 2,54mm 0,2" = 5,08mm

NT4 und NT8 (in Bb notiert) sind eingezeichnet

Grün = Pitch-Nodes

	j	kein Gap	-,0110	0,000 Inch = 0,0 mm	-2,8 mm
	h		-0,550	0,055 Inch = 1,4 mm	-1,4 mm
Der Referenz-Gap	g	=+/- 0 hat eine Länge von 7/64 Inch = 0,110 Inch = 2,8 mm			
	k		+0,060	0,170 Inch = 4,3 mm	+1,4 mm
	l		+0,110	0,220 Inch = 5,6 mm	+2,8 mm

Die eff. Volumen und eff. Längenänderungen sind hier gering, allerdings soll gezeigt werden, daß hier um Mode 8 jeweils trotz Längenänderung dennoch die selbe effektive Länge bleibt, (beim kürzeren Kornett Mundstück = ein „Pitch-Node“); alle anderen Modes sich aber ändern.

Kent ändert auch die Gesamtlänge (j=kürzer, l=länger). Er will dadurch vielleicht ausdrücken, daß eine physische Längenänderung eine etwas geringere oder größere geänderte akustisch wirksame Länge hervorrufen wird. Bei +2,8mm Länge wären es akustisch lt. Kent max 4,6mm = um 1,2mm akustisch mehr Änderung. Beim Ton klingend ~Eb2 wäre aber die physische und akustische Änderung gleich.

-> Hier ist dann ein Pitchnode = Position ohne eine geänderte Tonhöhe bei Perturbationen. Meine gefundenen Punkte für Pitch-Nodes decken sich in etwa und sind in der Grafik grün strichliert eingezeichnet.

Bei l entsteht ein größerer Spalt, größere Länge, trotzdem bleibt NT8 bei seiner Länge d.h. hat max. Pitch Pot up bei Enlargement, bzw. max. Pitch pot down bei Constriction. Dies ist nach meinen Berechnungen bei 6-7cm ~ Kornett Mundstücken und Instrumenten in Bb der Fall. Diese Position ist für notiert ~ges2-g2 der 1. Pitchnode, der sich (ohne Änderung der Gesamtlänge durch den Gap) nicht in der Stimmung=equiv. Länge ändern würde, ebenso als 2. Pitch Node im Spielbereich notiertes ~E3.

Kornett Mundstücke gibt es mit verschiedenen „Shanks“, ein „Standard american shank“ Mundstück hat eine Gesamtlänge von 2,75“ = 6,99 cm. Es gibt/gab aber auch kürzere (2,5“ = ~ 6,3cm). Trp. Mundstücke sind länger, Flh. Mundstücke teilw. auch kürzer. Die Länge bestimmt dadurch die axiale Position des „Gap“ und somit die Frequenz, an der die geringsten Änderungen tatsächlich stattfinden werden!

Bei längeren Trompetenmundstücken und Instrumenten in Bb wäre das max. Pitch Potential im Bereich eines Gap bei ~9cm nach dem Mundstückstart bei notiert ~A2 und ~F3, Pitchnodes bei ~Eb2 und ~D3.

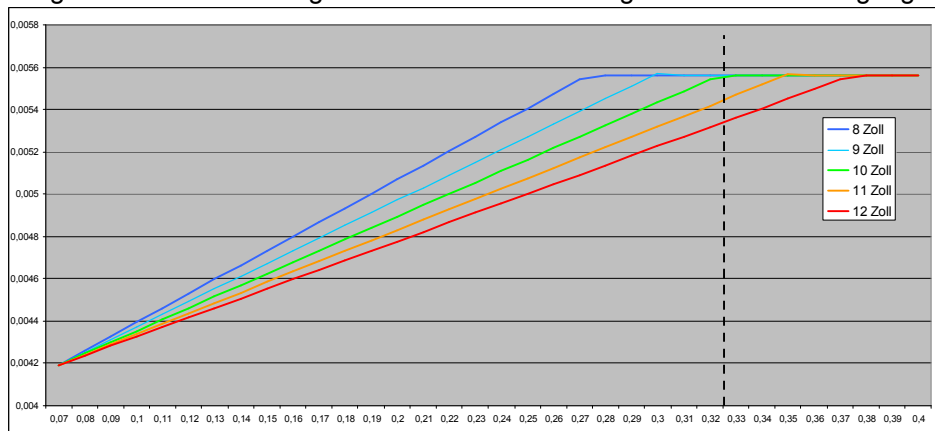
Man muß sich vor Augen halten, daß es in einer Standardkonfiguration eines Instruments mindestens 2 weitere solcher Gaps, dann aber üblicherweise viel länger in Form von „Tuning Slide Gaps“ gibt. Diese verursachen wesentlich mehr Probleme als der „Mouthpiece Gap“.

Kent Patent – konische Mundrohre:

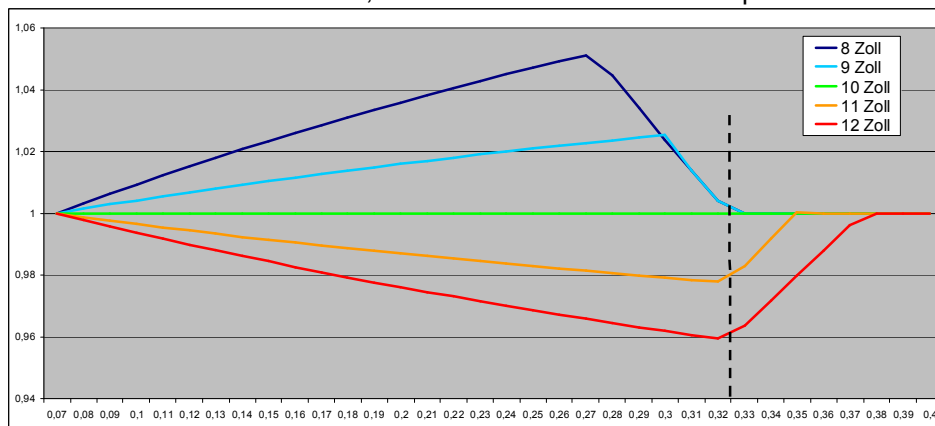
Um Standardgrößen für Mundstücke und zyl. Rohre zu ermöglichen, = Start+Enddurchmesser fix; kann der „Taper“=Steigung des konischen Verlaufs durch die Länge des Mundrohres kontrolliert? werden.

Im Vergleich ist der Startdurchmesser 0,330“ = 8,4mm (spricht für ein Kornett Mundstück) und der Enddurchmesser 0,438“ = 11,1mm (small Bore aus amerikanischer Sicht)

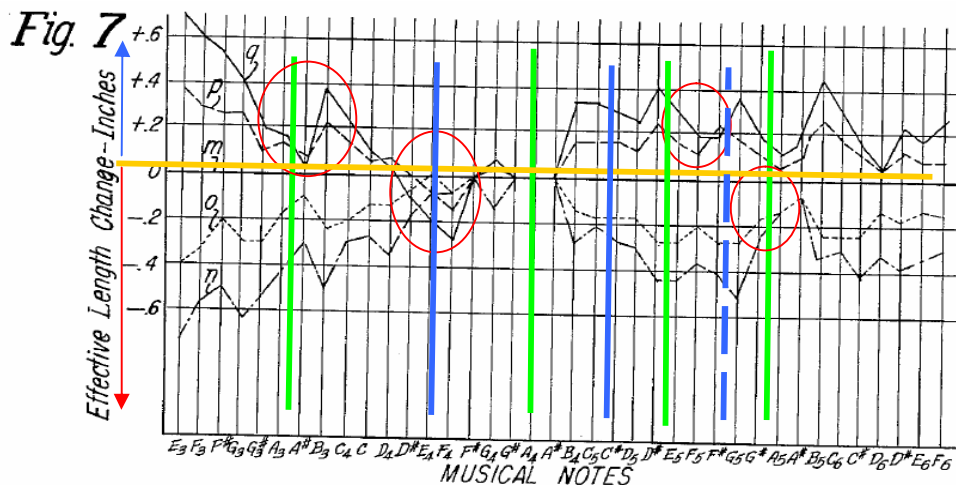
Ausgehend von einer Länge 10“=254mm für die Vergleiche. Radius Steigung $F'(x) = dy/dx = +0,0054m / 1m$



10 Zoll: Der Startradius wäre 4,2mm bei ~70mm und 254mm später bei 325 mm der Bore-Radius: 5,56mm



Querschnitt-Faktor: Änderung gegenüber dem 254mm (10“) langen Frustum mit selbem Bore-Radius



0,6" ~ 1,5cm 0,4" ~ 1 cm 0,2" ~ 0,5cm

grün= NT #2,4,6,8 VO
blau= NT #3,5,7 VO

Effektive Länge im Vergleich zum 25,4cm langen konischen Mundrohr, dieses hat selbst auch bereits eine äquivalente Länge mit der Frequenz! **Rote Kreise: Positionen mit extremen Mode-matching Problemstellen**

n = 8" o = 9" m = 10" p = 11" q = 12"
0,3867° 0,3437° 0,3093° 0,2812° 0,2578°

Konus kürzer = weiter, max bei 8" ~notiert Bb1-C2= keine Änderung **Konus länger = enger, max bei 10"**
tiefe Modes: Eq. L kürzer tiefe Mode: Eq. L länger
tiefe Modes: Frequ. höher tiefe Modes: Frequenz tiefer

Grundstimmung – steigt,
NT4 VO nun vergleichsweise tiefer

Grundstimmung – fällt,
NT4 VO nun vergleichsweise höher

Kent führt zusätzlich aus, daß er herausgefunden hat, daß ein etwas längeres und dafür am Beginn kleineres Mundrohr bei einigen Instrumenten eine bessere eff. Länge = Stimmung brachte, (der Bereich um NT4 wäre dadurch höher / kürzer), dennoch sollte der kleine Beginn in etwa dem Enddurchmesser des Mundstückes entsprechen.

Kent – Korrekturen der zyl. Bore-Länge anhand verändertem Konusanteil:

Wird die Länge des Mundrohres verändert, so muß die Länge des zyl. Rohrteils angepasst werden, damit die gesamte benötigte Gesamtlänge = Grundstimmung erhalten bleibt. Welchen Ton er dabei vergleicht nennt er nicht, aber anhand der Grafik wird es vermutlich Stimmtone NT4 oder KT A1 sein. Er gibt eine Tabelle:

Mundrohrlänge	zyl. Teil „Bore“ Länge	Gesamtlänge		
8" 20,3cm	21,47" 54,5cm	29,47" 74,85cm	+0,17"	+0,45 cm zyl.
9" 22,9cm	20,44" 51,9cm	29,44" 74,78cm	+0,14"	+0,38 cm zyl.
10" 25,4cm	19,30" 49,0cm	29,30" 74,40cm	0	
11" 27,9cm	18,21" 46,3cm	29,21" 74,19cm	-0,09"	-0,21 cm zyl.
12" 30,5cm	17,17" 43,6cm	29,17" 74,09cm	-0,13"	-0,31 cm zyl.

D.h. ein kürzeres Frustum = höhere Steigung erhöht, macht eine etwas längere Gesamtlänge notwendig
ein längeres Frustum = geringere Steigung vertieft, macht eine etwas kürzere Gesamtlänge notwendig.
wohlgemerkt gegenüber ein 10" Frustum, das bereits „Überlänge“ für Trompeten hat.

Mundrohr-Design:

Leadpipes sind ein so wichtiger Abschnitt, daher habe ich einen eigenen Teil 2F erarbeitet!